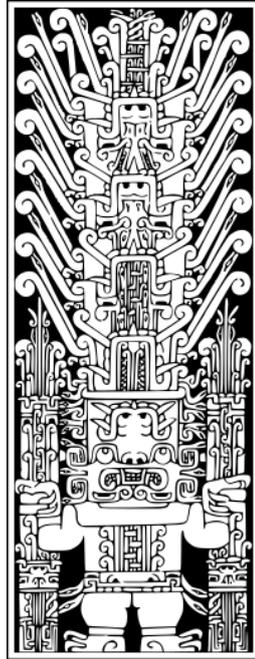


**UNIVERSIDAD NACIONAL FEDERICO VILLARREAL**

**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**



**EFFECTOS DE LA INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA EN LA  
CIMENTACION COMPARTIDA POR BLOQUES INDEPENDIZADOS  
CON JUNTA SISMICA, VERIFICADO MEDIANTE ENSAYOS A  
ESCALA CON SIMULADOR SISMICO Y MODELOS DE  
ELEMENTOS FINITOS**

**TESIS**

Para optar el Título Profesional de:

**INGENIERO CIVIL**

Autor:

**EDUARDO ENMANUEL PUMA ALVAREZ**

**LIMA – PERU  
2017**

## AGRADECIMIENTOS

*A mi familia por su comprensión y apoyo durante todo el tiempo de desarrollo de este trabajo, y que sin su apoyo estoy seguro que no hubiera sido posible su culminación satisfactoriamente.*

*A mi asesor: Ing. Omart Tello Malpartida, por su orientación, apoyo y motivación durante este largo proyecto, para poder culminar este trabajo.*

*A mis amigos que de forma directa e indirecta estuvieron para apoyarme en el desarrollo de este trabajo cuando los necesité.*

*Al ing. Juan Sánchez Guando, por su valiosa asesoría externa y apoyo desinteresado en el área de mecánica de suelos.*

*A mis profesores en general por haberme dado las herramientas básicas para poder desenvolverme en esta carrera.*

*A las personas con las que laboré:*

*Ing. Sebastián Romaní Loayza*

*Ing. Julio Rivera Feijoo y Sandra Soto Quiroga*

*Ing. Omart Tello Malpartida*

*Por las enseñanzas en el ejercicio de la profesión.*

*Y a todas aquellas que de alguna forma me animaron y aportaron positivamente en este gran proyecto que es mi tesis.*

## **DEDICATORIA**

Dedicado a mis padres y a mi hermano que fueron mi bastón en tiempos difíciles y a quienes les debo mucho en esta vida, porque, aunque no tuvieran mucho me dieron todo de ellos.

A mi segunda familia, la que me cambió la vida al permitirme ser parte de ella un día, la facultad de ingeniería Civil UNFV, mis profesores, amigos y compañeros que aquí conocí y a los que haré lo posible por honrar como profesional y como persona.

## INDICE GENERAL

<b>RESUMEN.....</b>	<b>8</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>9</b>
<b>INTRODUCCION .....</b>	<b>10</b>

### **CAPITULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

<b>1.1 REALIDAD PROBLEMÁTICA .....</b>	<b>12</b>
<b>1.2 PROBLEMA .....</b>	<b>12</b>
1.2.1 Problema General.....	12
1.2.2 Problemas Secundarios .....	13
1.2.3 Formulación del Problema .....	13
<b>1.3 JUSTIFICACIÓN.....</b>	<b>13</b>
1.3.1 Justificación de la Investigación .....	13
1.3.2 Teórica.....	13
1.3.3 Práctica.....	14
1.3.4 Metodología .....	14
1.3.5 Social.....	14
<b>1.4 LIMITACIONES .....</b>	<b>14</b>
1.4.1 Limitación de la Investigación.....	14
<b>1.5 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>15</b>
1.5.1 Objetivo General .....	15
1.5.2 Objetivos Específicos.....	15

### **CAPITULO 2: MARCO TEORICO**

<b>2.1 ANTECEDENTES.....</b>	<b>16</b>
<b>2.2 BASES TEORICAS .....</b>	<b>19</b>
2.2.1 Mecánica de Suelos Aplicada a Cimentaciones .....	19
2.2.2 Cimentaciones Superficiales .....	19
2.2.3 Incremento de Esfuerzo Vertical Bajo Área Rectangular Cargada .....	19
2.2.4 Asentamientos en Cimentaciones Superficiales.....	21
2.2.5 Análisis Geotécnico de la Interacción Suelo-Estructura.....	24
2.2.6 Matriz de Flexibilidad y Matriz de Rigidez del Suelo para Cimentaciones Superficiales en Análisis Bidimensional .....	24
2.2.7 Análisis Matricial de Cimiento tipo Viga sobre Apoyos Elásticos con la Matriz de Rigidez del Suelo .....	28
2.2.8 Dinámica Estructural y Métodos Numéricos para el Análisis Tiempo-Historia .....	31

2.2.9	Vibración libre de una estructura de un grado de libertad.....	31
2.2.10	Respuesta a Excitaciones Dinámicas Generales .....	34
2.2.11	Métodos Numéricos para la Evaluación de la Respuesta a Excitaciones Dinámicas Generales .....	36
2.2.12	Método de Superposición Modal Para Respuesta Edificio Simple VGDL Ante Excitaciones Generales del Terreno.....	38
2.2.13	Interacción Dinámica Suelo-Estructura .....	40
2.2.14	Contribución de las Fuerzas Horizontales en los Desplazamientos de la Cimentación Superficial.....	44
2.2.15	Análisis Sísmico Tiempo-Historia .....	45
2.2.16	Registros Sísmicos .....	45
2.2.17	Corrección de Registros Sísmicos .....	46
2.2.18	Tratamiento y Escalamiento Normativo de Registros Sísmicos Para Análisis Dinámico Tiempo-Historia .....	49
2.2.19	Ensayos a Escala Reducida.....	53
2.2.20	Introducción .....	53
2.2.21	Método de Escalamiento por el Método del Escalamiento del Tiempo.....	54
2.2.22	Shake Table II y la UCIST.....	55
<b>2.3</b>	<b>DEFINICION DE TERMINOS BASICOS .....</b>	<b>59</b>

### **CAPITULO 3: HIPOTESIS**

<b>3.1</b>	<b>FORMULACION DE HIPOTESIS .....</b>	<b>61</b>
3.1.1	Hipótesis General.....	61
3.1.2	Hipótesis Secundarias.....	61
<b>3.2</b>	<b>VARIABLES .....</b>	<b>61</b>
<b>3.3</b>	<b>OPERALIZACION DE VARIABLES.....</b>	<b>62</b>

### **CAPITULO 4: METODO**

<b>4.1</b>	<b>DISEÑO DE LA INVESTIGACION .....</b>	<b>63</b>
<b>4.2</b>	<b>MATERIAL .....</b>	<b>63</b>
4.2.1	Unidad de Estudio.....	63
4.2.2	Población .....	63
4.2.3	Muestra .....	63
<b>4.3</b>	<b>METODOS.....</b>	<b>64</b>
4.3.1	Técnicas e Instrumentos y/o Fuentes de Recolección de Datos.....	64
4.3.2	Validación de los Instrumentos por Juicio de Expertos.....	64
4.3.3	Técnicas de Procesamiento de Datos .....	65

4.3.4	Técnicas de Análisis e Interpretación de la Información .....	65
-------	---	----

## **CAPITULO 5: CASOS DE APLICACIÓN**

<b>5.1</b>	<b>DESCRIPCION DE CASOS .....</b>	<b>67</b>
<b>5.2</b>	<b>EVALUACION DE LOS CASOS .....</b>	<b>67</b>
5.2.1	Registros Sísmicos a Usar .....	67
5.2.1.1	Obtención de Registros Sísmicos del REDACIS (CISMID) .....	67
5.2.1.2	Corrección y Filtrado de Registros Sísmicos por medio de Software Seismo Signal .....	68
5.2.1.3	Escalamiento Normativo .....	69
5.2.2	Caso Experimental 1, Ensayo a Escala Reducida .....	75
5.2.2.1	Indagación Sobre Funcionamiento Equipo y Sistema Shake Table II .....	75
5.2.2.2	Construcción de Modelo a Escala Reducida y Base Contenedora de Cimentación .....	77
5.2.2.3	Investigación de Propiedades de Suelo a Usar .....	79
5.2.2.4	Montaje y Calibración .....	83
5.2.2.5	Ensayo a Escala Reducida, con Base Rígida y Empotrada .....	87
5.2.2.6	Ensayo a Escala con Interacción Suelo-Estructura .....	88
5.2.2.7	Procesamiento e Interpretación de Resultados Obtenidos con Shake Table II .....	92
5.2.2.8	Compatibilidad e Interpretación de Resultados del Modelo a Escala Reducida .....	95
5.2.3	Caso Experimental 2, Experimento por Método Analítico .....	108
5.2.3.1	Método Basado en la Teoría de la Elasticidad para Obtención de la Matriz de Flexibilidad y Matriz de Rigidez del Suelo .....	110
5.2.3.2	Caso Apoyo Rígido .....	112
5.2.3.3	Caso Apoyo Flexible (interacción suelo-estructura) .....	115
5.2.4	Caso Experimental 3, Experimento con Software .....	124
5.2.4.1	Modelado de Edificios y Asignación de Propiedades a los Materiales .....	126
5.2.4.2	Verificación de Rigidez por Piso .....	128
5.2.4.3	Verificación de Periodos Naturales .....	129
5.2.4.4	Modelo Suelo Flexible (interacción suelo-estructura) .....	130
5.2.4.5	Modelo Suelo Rígido (empotrado) .....	134

## **CAPITULO 6: RESULTADOS**

<b>6.1</b>	<b>DESCRIPCION DE RESULTADOS .....</b>	<b>135</b>
6.1.1	Tablas .....	137
6.1.1.1	Caso Experimental 2 (experimento analítico) .....	137
6.1.1.2	Caso Experimental 3 (experimento mediante software Etabs) .....	139
6.1.2	Cuadros y Gráficos .....	142

6.1.2.1	Resultados en Edificio de 3 Pisos .....	143
6.1.2.2	Resultados de Compatibilidad de Método Analítico Versus Método con Software	158
6.1.2.3	Gráficos de Resultados de Esfuerzos en Zapata Compartida, Mediante Software	161
	<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>165</b>
	<b>RECOMENDACIONES</b> .....	<b>170</b>
	<b>FUENTES DE INFORMACION</b> .....	<b>173</b>
	<b>ANEXOS</b> .....	<b>176</b>

## RESUMEN

En el presente trabajo se cumple con el objetivo principal de identificar algunos de los efectos más importantes que provocan los sismos considerando la interacción suelo-estructura en el comportamiento estructural de las edificaciones separadas en bloques, con junta sísmica y que comparten el mismo cimiento (zapata) en la zona de la junta sísmica. Para lo cual se hace uso de tres métodos para el análisis de este modelo estructural; considerando para cada método, un caso con el efecto interacción suelo-estructura y propiedades de suelo flexible, y otro caso restringiendo este efecto, en condición de cimentación empotrada y propiedades de suelo rígido; este último caso sirve como referencia de comparación. Estos tres métodos propuestos son:

- Ensayo físico a escala reducida en simulador sísmico standard Shake Table II.
- Experimento analítico matemático, mediante desacoplamiento modal y métodos numéricos derivados de la integral de Duhamel así como uso de matriz de rigidez del suelo y discretización de cimiento.
- Experimento asistido por software Etabs en base a elementos finitos (para cimentación) y con análisis tiempo historia.

De los cuales, con el primero se obtienen los parámetros fundamentales y necesarios para la compatibilidad e interpretación de resultados del modelo ensayado a escala reducida con su equivalente a escala real; esto luego de verificar, investigar y demostrar los orígenes de la incompatibilidad del modelo físico a escala reducida construido y ensayado. Quedando solo válidos para el objetivo inicial, los resultados numéricos de los otros dos métodos, con los cuales se verificó que, la magnitud de las variaciones en máximas derivas ( $\Delta X_{max}$ ), máximos desplazamientos absolutos ( $X_{max}$ ), máximas velocidades ( $V_{max}$ ), máximas aceleraciones ( $A_{max}$ ) y máximas fuerzas cortantes por piso ( $FV_{max}$ ), no llegan al 5% respecto a los correspondientes resultados en condición empotrada, no pudiendo concluir que estructuralmente es perjudicial. Así también se verificó la adecuada precisión del método analítico, mediante la superposición de los registros de respuesta con los del método asistido con software Etabs, siendo una sólida conclusión su recomendación para investigaciones similares. Además, se encontró que considerando interacción suelo estructura en las condiciones del modelo de estudio, el edificio más pequeño se toma parte de las fuerzas y desplazamientos del edificio más grande, así como encontrando posiciones críticas de incremento de momento en la cimentación compartida.

**Palabras clave: Shake Table II, Interacción suelo-estructura, Ensayos a escala.**

## ABSTRACT

In the present work, the main objective is to identify some of the most important effects caused by earthquakes considering the soil-structure interaction in the structural behavior of buildings separated into blocks, with seismic joints and sharing the same foundation (zapata) in the area of the seismic joint. For which three methods are used for the analysis of this structural model; considering for each method, a case with the effect soil-structure interaction and flexible soil properties, and another case restricting this effect, in the condition of embedded foundation and rigid floor properties; this last case serves as a comparison reference. These three proposed methods are:

- Small scale physical test experiment in Shake Table II standardized seismic simulator.
- Mathematical analytical experiment, by modal decoupling and numerical methods derived from the Duhamel integral, as well as the use of soil stiffness matrix and foundation discretization.
- Experiment assisted by Etabs software based on finite elements (for foundations) and with time history analysis.

Of which, with the first, the fundamental and necessary parameters are obtained for the compatibility and interpretation of the results of the model tested on a reduced scale with its equivalent in real scale; this after verifying, investigating and demonstrating the origins of the incompatibility of the physical model on a reduced scale built and tested. Being only valid for the initial objective, the numerical results of the other two methods, with which it was verified that, the magnitude of the variations in maximum drifts ( $\Delta X_{max}$ ), maximum absolute displacements ( $X_{max}$ ), maximum speeds ( $V_{max}$ ), maximum accelerations ( $A_{max}$ ) and maximum shear forces per floor ( $FV_{max}$ ), They do not reach 5% with respect to the corresponding results in embedded foundation condition, not being able to conclude that structurally it is detrimental. Likewise, the adequate precision of the analytical method was verified, through the superposition of the response records with those of the assisted method with Etabs software, being a solid conclusion its recommendation for similar investigations. In addition, it was found that considering soil structure interaction under the conditions of the study model, the smaller building takes part of the forces and displacements of the larger building, as well as found critical positions of increased moments in the shared foundation.

**Keywords: Shake Table II, Soil-Structure interaction, Scale tests.**

## INTRODUCCION

Desde mediados del siglo XX (1950), con la formulación de los planteamientos que relacionan la interacción del suelo con la estructura de forma más formal y definida, se introducen nuevas herramientas y conceptos para poder analizar al conjunto suelo – cimiento como elementos de comportamiento no estático en el tiempo. Numerosos ensayos tuvieron lugar, desde los fundamentales propuestos por Emil Ernst Oskar Winkler y Karl Terzaghi. Trabajos sobre el problema general de la interacción suelo estructura fueron desarrollándose y sumándose nuevas consideraciones como el de los sismos.

Desde entonces, sendas investigaciones sobre este tema, han coincidido en que, debido a esta interacción, los desplazamientos tienden a incrementarse y las fuerzas a disminuir debido al aumento del amortiguamiento viscoso equivalente del sistema estructura-cimiento-suelo.

Por otro lado, sobre las juntas sísmicas, revisando un poco en la historia de las normas de diseño nacionales, los primeros conceptos de junta sísmica vinieron con las primeras normas de 1970 y 1977; el concepto de las juntas sísmicas tiene como objetivo el de separar las estructuras (en ocasiones en bloques más regulares) por encima de la superficie del suelo y evitar que choquen ante eventos sísmicos.

Hoy por hoy es posible aplicar la consideración de interacción suelo-estructura a casi cualquier configuración de edificación, lo cual de hecho se realiza en la actualidad, dependiendo de lo que se necesite evaluar.

Como ya se mencionó, la interacción suelo-estructura es un tema planteado y estudiado desde mediados del siglo pasado, sin embargo, la gran cantidad de tipos y combinaciones que existen en las edificaciones hacen que haya casos particulares todavía poco estudiados; este es el caso del efecto que produce esta interacción en cimentaciones de edificaciones separadas por una junta sísmica y cuyos componentes de apoyo en esa zona comparten la misma cimentación.

Lo cual hace que surja la interrogante fundamental sobre qué efectos importantes provoca esta interacción suelo-estructura en las estructuras de bloques independizados con junta sísmica que comparten cimentación.

Estos efectos son poco abordados en la actualidad y en la práctica del diseño pasan desapercibidos debido a que son simplificados mediante algunas consideraciones prácticas, dos de las cuales son las más influyentes para este estudio. La primera es

la consideración de un suelo perfectamente rígido para el diseño de la mayoría de edificaciones, la segunda es considerar a cada bloque separado por la junta sísmica como independiente y sin vinculación de esfuerzos y deformaciones entre ambas; pero en la realidad, como se conoce, existe una interacción suelo-estructura y una vinculación de esfuerzos y deformaciones entre una y otra parte por medio de la cimentación compartida.

Estos sistemas de división de bloques son comunes en edificios de todo tipo y categoría, son por ejemplo especialmente comunes en centros educativos a nivel nacional, es decir estructuras consideradas importantes de tipo esenciales.

El conocer los efectos de la interacción suelo-estructura en las cimentaciones compartidas por bloques independizados con junta sísmica, permitirá definir de forma más certera las limitaciones de las consideraciones de simplificación que se utilizan actualmente en el diseño de estructuras con este tipo de cimentaciones y determinar hasta dónde son aplicables y los casos en donde se requieren consideraciones adicionales.

Durante este estudio, se hace uso de dos métodos matemáticos, el primero de estos es un método analítico, el segundo es asistido por software de computadora a base de elementos finitos y un tercer método es experimental basado en ensayos a escala. Es particularmente interesante la aplicación del método matemático analítico de superposición modal para hallar la historia de respuestas en el tiempo de edificios simples de VGL ante excitaciones generales del terreno, usado en este trabajo, ya que supone una herramienta poderosa para verificación en investigaciones de dinámica estructural, y más aún si se puede aplicar en casos considerando apoyos flexibles (donde existe interacción suelo-estructura).

Así también se destaca lo hecho en el método físico experimental mediante ensayos a escala reducida, pues luego de dar un giro inesperado en la última etapa, termina con un importante aporte el cual es fundamental para el desarrollo de estos ensayos. Por último pero no menos importante está el apoyo de los programas de cómputo durante el método con software basado en elementos finitos, ya que representa una herramienta muy flexible y rápida en uso para encontrar y visualizar efectos de situaciones complejas, como lo encontrado en las posiciones más desfavorables en cada ensayo por este método.

# **CAPITULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

## **1.1 REALIDAD PROBLEMÁTICA**

La interacción suelo-estructura es un tema relativamente reciente (desde mediados del siglo pasado), y más reciente aún es su aplicación en el ejercicio actual de la ingeniería civil, por lo que pocas comprobaciones se conocen más allá de los planteamientos teóricos sobre los efectos que esta interacción provoca en el funcionamiento estructural de las edificaciones como en este caso.

Actualmente la división de los edificios en bloques más simples es un uso común y conocido con el fin de independizar físicamente a las estructuras y dejarlas moverse de forma independiente ante los sismos, sin embargo, conceptualmente el hecho de que algunas de estas estructuras compartan una misma cimentación, infiere que estas estructuras no sean completamente independientes una de la otra, por lo que se deduce que estas estructuras interactúan entre sí.

En la actualidad los efectos producidos por la interacción de las estructuras de los bloques divididos, sus cimientos compartidos y el suelo donde se apoyan pasan desapercibidos debido a que tanto mediante el método manual como mediante software se suele analizar cada bloque de forma independiente acogiéndose a la independencia superficial otorgada por la separación mediante la junta sísmica (EMAC, 2011). Estos efectos pasados por alto pueden incluir desplazamientos y posibles concentraciones de esfuerzos.

Muchos profesionales consideran cimientos comunes para placas y columnas de bloques independientes, asumiendo un refuerzo adicional, lo que para cargas de gravedad otorga mejor distribución de esfuerzos sobre el suelo, mejorando su desempeño respecto a la capacidad portante, lo cual puede estar bien o mal dependiendo de factores como la altura y peso de los bloques que compartirán esa cimentación entre otros, lo que podría estar generando una falsa expectativa del desempeño respecto a la capacidad portante.

## **1.2 PROBLEMA**

### **1.2.1 Problema General**

¿Qué efectos importantes provoca la interacción suelo-estructura en las estructuras de bloques independizados con junta sísmica que comparten cimentación?

### **1.2.2 Problemas Secundarios**

¿Qué modelos matemáticos permitirán una representación simplificada y la obtención aproximada de estos efectos?

¿De qué forma influirá el suelo sobre el cual se encuentran estas cimentaciones compartidas por bloques independizados con junta sísmica sometidas a la interacción suelo-estructura?

¿Qué consideraciones se deben tener en los ensayos sísmicos de modelos a escala con el simulador sísmico Shake Table II?

### **1.2.3 Formulación del Problema**

La interacción suelo estructura es un tema planteado y estudiado desde mediados del siglo pasado, sin embargo, la gran cantidad de tipos y combinaciones que existen en las edificaciones hacen que haya casos particulares todavía poco estudiados; este es el caso del efecto que produce esta interacción en cimentaciones de edificaciones separadas por una junta sísmica y cuyos componentes de soporte estructural en esa zona comparten la misma cimentación.

## **1.3 JUSTIFICACIÓN**

### **1.3.1 Justificación de la Investigación**

#### **1.3.2 Teórica**

Estos efectos son poco abordados en la actualidad y en la práctica del diseño pasan desapercibidos debido a que son simplificados mediante algunas consideraciones prácticas, dos de las cuales son las más influyentes para este estudio. La primera es la consideración de un suelo perfectamente rígido para el diseño de la mayoría de edificaciones, la segunda es considerar a cada bloque separado por la junta sísmica como independiente y sin vinculación de esfuerzos y deformaciones entre ambas; pero en la realidad, como se conoce, existe una interacción suelo-estructura y una vinculación de esfuerzos y deformaciones entre una y otra parte por medio de la cimentación compartida.

### **1.3.3 Práctica**

Estos sistemas de división de bloques son comunes en edificios de todo tipo y categoría, son por ejemplo especialmente comunes en centros educativos a nivel nacional, es decir estructuras consideradas importantes de tipo esenciales.

El conocer los efectos de la interacción suelo-estructura en las cimentaciones compartidas por bloques independizados con junta sísmica, permitirá definir de forma más certera las limitaciones de las consideraciones de simplificación que se utilizan actualmente en el diseño de estructuras con este tipo de cimentaciones y determinar hasta dónde son aplicables y los casos en donde se requieren consideraciones adicionales.

### **1.3.4 Metodología**

Durante este estudio, se hará uso de dos métodos matemáticos, el primero de estos es un método analítico, el segundo es asistido por software de computadora a base de elementos finitos y un tercer método es físico experimental basado en ensayos a escala reducida.

### **1.3.5 Social**

Remitiéndonos al escenario actual, en los últimos años han ocurrido eventos sísmicos de orígenes múltiples y en muchas partes del mundo, tomando en cuenta la condición del Perú como país sísmico se deja en evidencia la necesidad constante de analizar y diseñar nuestras construcciones teniendo en cuenta estos eventos, esto incluye indefectiblemente a los cimientos.

Nuestras normas actuales proveen márgenes de seguridad bastante efectivos debido a lo aprendido de los eventos sísmicos pasados, sin embargo, estos márgenes de seguridad no pueden garantizar la misma efectividad frente a efectos no analizados o no considerados.

## **1.4 LIMITACIONES**

### **1.4.1 Limitación de la Investigación**

En principio el estudio está limitado a las edificaciones, además por la amplitud en la cantidad de variables si consideramos todos los tipos de cimentaciones y suelos

posibles, este estudio abarca cimentaciones superficiales, específicamente zapatas, por ser además las más comunes y propensas a estos posibles efectos y finalmente se limita a estudiar solo algunos de los tipos representantes de suelos blandos y rígidos.

Se reconoce la limitación que se tiene en realizar ensayos reales que verifiquen los planteamientos de este estudio, por lo que las comprobaciones experimentales físicas se realizarán por medio de ensayos a escala con un simulador de aceleraciones sísmicas estandarizado.

## **1.5 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.5.1 Objetivo General**

Identificar los efectos más importantes que provoca la interacción suelo-estructura en el comportamiento de las estructuras de bloques independizados con junta sísmica que comparten cimentación.

### **1.5.2 Objetivos Específicos**

#### **OBJETIVO ESPECÍFICO 1**

Establecer modelos matemáticos simplificados adecuados, que puedan representar los efectos sísmicos de interacción suelo estructura de forma veraz y verificable.

#### **OBJETIVO ESPECÍFICO 2**

Determinar la forma en que influye el suelo usado sobre el cual se encuentran estas cimentaciones compartidas por bloques independizados con junta sísmica sometidas a la interacción suelo-estructura.

#### **OBJETIVO ESPECÍFICO 3**

Identificar las consideraciones más importantes a tener en cuenta en los ensayos sísmicos a escala reducida con el simulador sísmico Shake Table II.

## **CAPITULO 2: MARCO TEORICO**

### **2.1 ANTECEDENTES**

#### **2.1.1 Origen desde cuando se conoce el problema**

Una de los primeros trabajos cuya teoría brinda soporte a muchas de las investigaciones actuales es la del ingeniero civil alemán Emil Ernst Oskar Winkler, quien fue el primero en plantear el suelo como una distribución continua de soportes elásticos publicando en 1867 su obra “Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit”, traducido “La teoría de la elasticidad y resistencia” (Winkler, 1867).

Este concepto dio un gran aporte al desarrollo del concepto de “Módulo de reacción del suelo” o “coeficiente de balasto”, estudiado exhaustivamente por el ingeniero Austriaco Karl Terzaghi en su obra de 1955 “Evaluation of coefficients of subgrade reaction” (Terzaghi, 1955), el cual es comparado con el “módulo de Winkler” pero visto desde el punto de vista geotécnico, el cual considera factores de modificación como tamaño de cimentación, tipo de suelo, profundidad efectiva, entre otros.

El efecto de la interacción entre el suelo y la cimentación de las estructuras tiene sus orígenes en investigaciones realizadas inicialmente bajo cargas de gravedad aproximadamente desde mediados del siglo pasado (1950), aunque desde mucho antes (tiempo de Winkler y Terzaghi) se tenía ya conocimiento de que se estaba dejando de lado efectos como este, producto de las simplificaciones para el análisis y diseño de las estructuras de ese tiempo; tales como la consideración de cimentaciones rígidas y empotradas, así como reacciones lineales e independientes en las llamadas “cimentaciones de Winkler” que suponían que el suelo se adhiere completamente al cimiento en todo momento (Tena A. , 2007). (Barkan, 1960)

#### **2.1.2 Estudios o investigaciones anteriores**

Algunas de las primeras investigaciones relacionadas al tema de interacción suelo-estructura son, por ejemplo:

- “Dynamics of Bases and Foundations” (Barkan, 1960), traducido del ruso al inglés en Nueva York.
- “Interacción de la Estructura de Concreto con la Masa del Suelo” (Zeevaert, Interacción de la Estructura de Concreto con la Masa del Suelo, 1975).
- “Geotechnical Problems of Destructive Earthquakes” (Housner, 1954).

También se destacan investigaciones en otros idiomas distintos al inglés o el español, como publicaciones y libros de autores rusos que forman parte de la bibliografía de los trabajos de investigación de investigadores como el nacional Dr. Genner Villarreal Castro.

Desde entonces las investigaciones y tratados sobre este tema fueron en aumento, y gracias al desarrollo de nuevas herramientas en el área sísmica, geotécnica, matemática y computacional; estas investigaciones fueron cada vez más exhaustivas y sofisticadas.

Sin ir muy lejos, en 1975 el ingeniero peruano Scaletti H. presenta su tesis de maestría en el Massachusetts Institute of Technology titulada “Frequency Analysis of Structures with Foundation Interaction” (Scaletti, 1975), donde analiza las frecuencias de las estructuras tomando en cuenta la interacción con la cimentación.

En 1977 el mismo ingeniero Scaletti H. presenta su tesis doctoral en el Massachusetts Institute of Technology titulada “Nonlinear Effect in Soil Structure Interaction” (Scaletti, 1977), donde analiza los efectos de la interacción suelo y estructura en el rango inelástico.

En 1980 el Dr. Zeevaert L. W. de origen mexicano, publica su libro “Interacción Suelo – Estructura de Cimentaciones” (Zeevaert, 1980), en la cual trata exhaustivamente sobre este efecto en cimentaciones superficiales con cargas estáticas verticales, cimentaciones profundas (pilotes) con la interacción de cargas tanto estáticas como dinámicas considerando la masa del suelo en movimiento, efectuando procedimientos generales para el cálculo directo de respuestas (deformaciones) considerando estos efectos, mediante métodos matriciales y el módulo de reacción del suelo estático como dinámico. El autor idea en su tiempo un equipo para hallar el “Módulo Dinámico de Corte” ( $G$  dinámico) llamado “Péndulo de torsión libre”, el cual conociendo el Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) permite hallar el “Módulo Dinámico de Elasticidad” ( $E$  dinámico). Aparatos como estos que funcionaron con cierta precisión en su tiempo, han sido reemplazados hoy en día por equipos como la “Cámara Triaxial Cíclica” y la “Columna Resonante”.

En diciembre de 1998 Lima-Perú, se realiza el I Congreso Nacional de Ingeniería Estructural y Construcción, donde el ingeniero peruano Dr. Hugo Scaletti Farina expone su artículo titulado “Interacción Dinámica de Suelos y Estructuras” (Scaletti, 1998), donde analiza mediante métodos numéricos bidimensionales, pseudotridimensionales y tridimensionales, los efectos que produce el considerar la

interacción suelo estructura. Entre sus resultados, muestra un procedimiento práctico para realizar el análisis sísmico considerando este efecto, agregando amortiguamiento del suelo, variando el periodo efectivo y modificando los desplazamientos obtenidos del análisis sísmico convencional. Además, hace la observación que en el “Applied Technology Council” (ATC 3) de los EE.UU. (así como en otros códigos) se considera un mínimo de 5% de amortiguamiento para las estructuras de concreto armado donde está considerada la interacción suelo estructura debido a que son valores experimentales, pero que son conservadores ya que fueron obtenidos para excitaciones de muy baja amplitud que no son representativos de los niveles de deformación (y el amortiguamiento interno) correspondiente a un sismo severo.

En el año 2000 Mylonakis G. y Gazetas G. publican “Seismic soil-structure interaction: beneficial or detrimental?” (Mylonakis & Gazetas, 2000), donde se discute sobre la influencia del efecto suelo-estructura en modelos idealizados por las diferentes normas internacionales, llegando a observar, producto de estos efectos, aumentos en los periodos fundamentales en las estructuras idealizadas.

En el año 2003 en México, Avilés J. y Pérez-Rocha L. E. publican su artículo científico “Soil-structure interaction in yielding systems” (Avilés & Pérez-Rocha, 2003), donde se evalúan los efectos de la interacción suelo-estructura en sistemas de rendimiento sísmico, mediante métodos numéricos idealizados sobre una capa de suelo y esta a su vez sobre roca y ondas de excitación vertical correspondientes al sismo de “Michoacan” de 1985 (Ciudad de México); su principal aporte es que consideran tanto la interacción suelo-estructura inercial como la cinemática.

El año 2009 en Lima-Perú, el Dr. Genner Villarreal Castro publica un libro sobre sus investigaciones en Rusia y Perú titulado “Interacción Sísmica Suelo-Estructura en Edificaciones con zapatas aisladas” (Villarreal, 2009), en la cual expone consideraciones de autores rusos respecto a este efecto en relación a nuestra realidad. El trabajo se enfoca en las edificaciones con zapatas aisladas considerando la flexibilidad de estas, colocando en lugar de resortes, barras con las características obtenidas previamente de rigidez (módulo de reacción del suelo) tanto de desplazamiento como rotacionales en cuatro puntos por zapata, para hacer el modelamiento por medio del programa SAP2000, LIRA, COSMOS y aplicando tanto el análisis tiempo-historia como el modal espectral con la norma peruana E030 (2003) en diferentes direcciones. Entre algunos resultados en su trabajo se observa que las fuerzas cortantes máximas disminuyen y los desplazamientos máximos aumentan.

Más recientemente, se han publicado muchos trabajos como en 2015 Bo Di y Xueyi Fu de la Escuela de ingeniería Civil y Ambiental en China publican “Seismic Behavior of Shear Wall-Frame Systems Considering Foundation Stiffness” (Bo Di & Xueyi Fu, 2015), donde se investigó la influencia de la rigidez de la cimentación en el comportamiento sísmico de los sistemas de pórticos y muros de corte, donde luego de analizar un edificio de 12 pisos con cimentación superficial se demostró la importante redistribución de esfuerzos, disminuyendo las fuerzas en los muros de corte y aumentando en los pórticos, especialmente en los de los primeros niveles.

## **2.2 BASES TEORICAS**

### **2.2.1 Mecánica de Suelos Aplicada a Cimentaciones**

#### **2.2.2 Cimentaciones Superficiales**

En principio una cimentación fue definida por autores como Terezaghi y Peck como aquella parte de la estructura que sirve para transmitir el peso de la estructura al terreno natural.

Algunos autores consideran incluso que la cimentación incluye al suelo o roca y toda parte que le proporcione apoyo cercano a la estructura.

Según el Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE) de Perú 2016, en su norma E.050, se define cimentación superficial aquella en que la relación profundidad entre ancho ( $D_f/B$ ) es menor o igual a 5, siendo  $D_f$  la profundidad de cimentación y  $B$  la menor dimensión de esta en planta (ancho).

Exigiendo un  $D_f$  mínimo de 0.80m, aunque muchos autores recomiendan que debe ser 0.90m como mínimo y estar la parte superior al menos 0.30m por debajo del nivel de terreno.

#### **2.2.3 Incremento de Esfuerzo Vertical Bajo Área Rectangular Cargada**

Se sabe que de la teoría del método de integración de Boussinesq se tiene:

$$\Delta\sigma = \frac{3P}{2\pi z^2 \left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$$

Y del equilibrio en un diferencial de área:

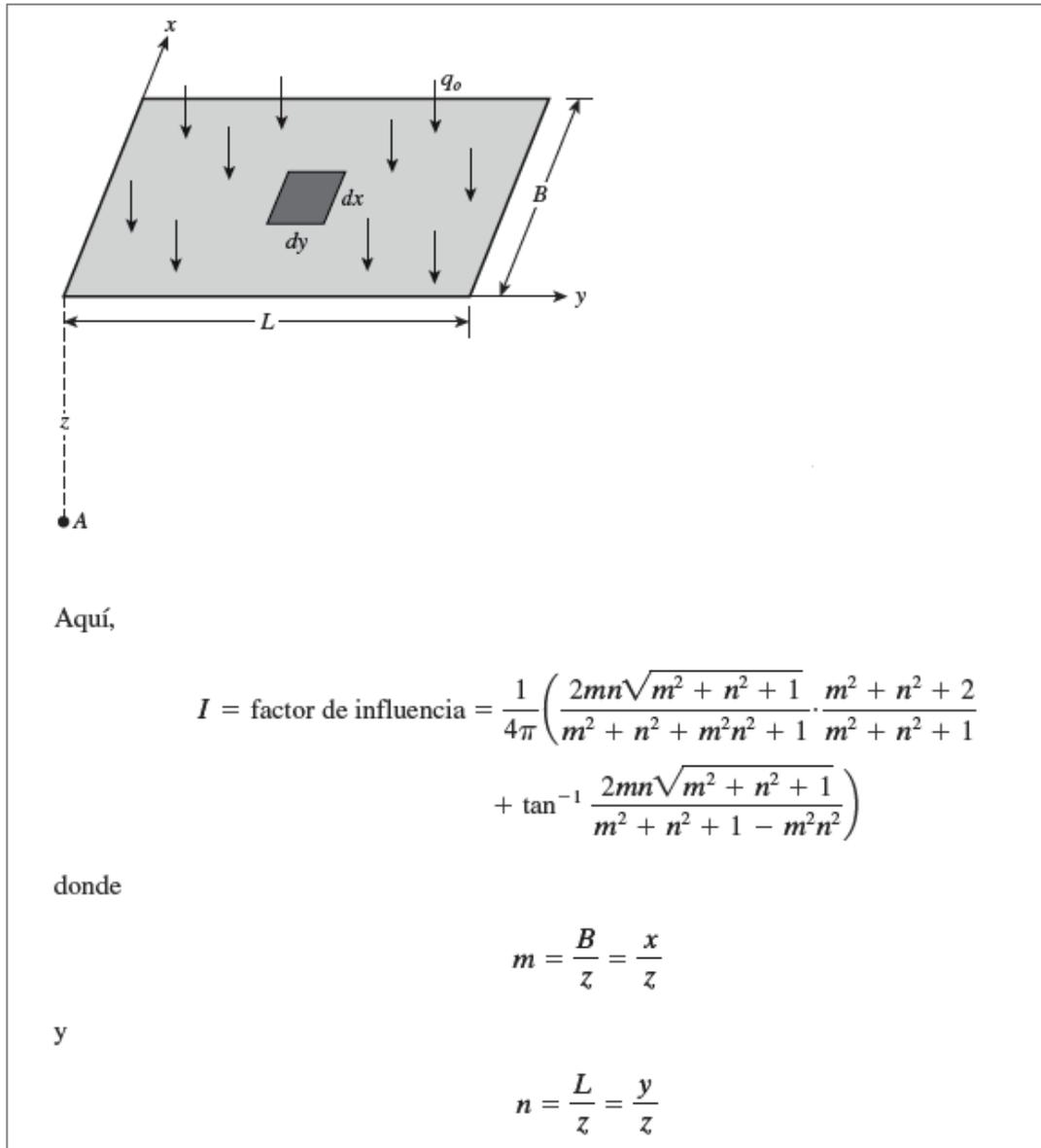
$$dP = q_0 dx dy$$

Reemplazando:  $dP = q_0 dx dy, x^2 + y^2 = r^2$

$$d\sigma = \frac{3q_0(dx dy)z^3}{2\pi(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}$$

$$\Delta\sigma = \int_{y=0}^L \int_{x=0}^B \left( \frac{3q_0(dx dy)z^3}{2\pi(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} \right) = q_0 I$$

Donde luego de la integración se obtiene:

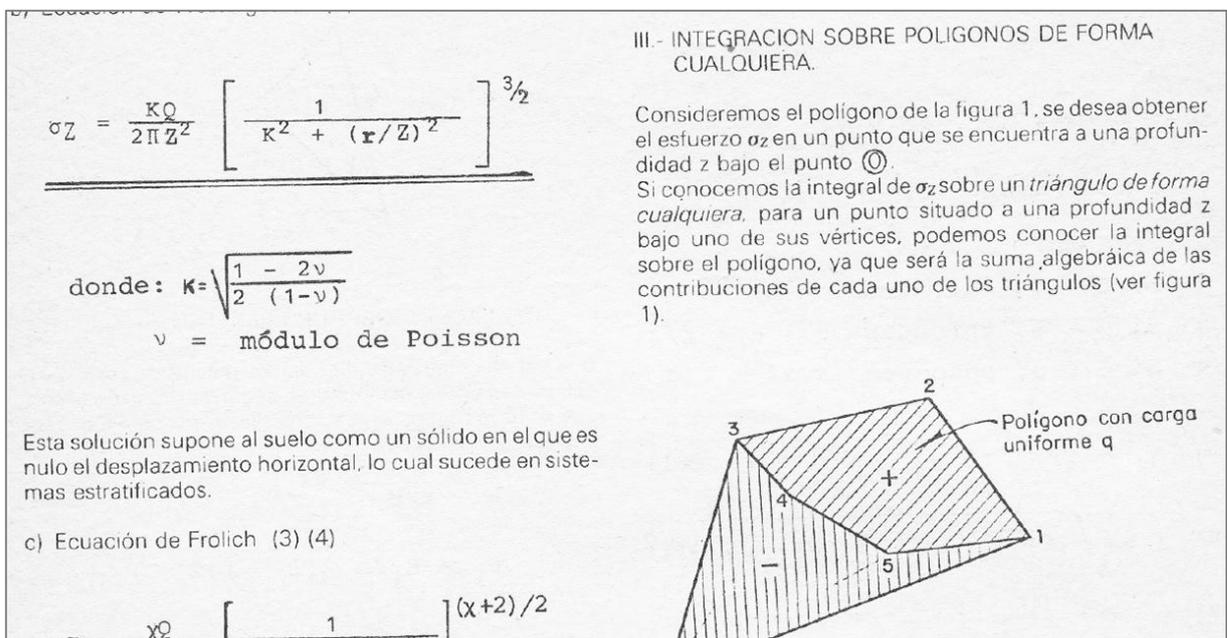


**Figura 1.** Esquema de ecuaciones para obtención de esfuerzo en la esquina “A”, a la profundidad “z” por carga distribuida en el área rectangular mostrada. (Das, 2012).

Respecto a este tema, vale la pena ampliar la información y comentar que aproximadamente desde la década del 90 se han desarrollado métodos numéricos simplificados que pueden obtener analíticamente las presiones en cualquier punto de un área de figura cualquiera (polígono) siempre que se pueda dividir en triángulos.

Trabajos como los siguientes:

- “Expresiones simplificadas para el cálculo de incremento de esfuerzo vertical bajo vértice agudo de triángulo rectángulo con esfuerzo uniforme, aplicables al caso de polígonos” (Padilla, 2006).
- “Soil stress under a polygonal area uniformly loaded”, presentado en el 11th Int. Conf. On Soil Mech. and Found. Engrg., San Francisco (Damy & Casales, Soil stress under a polygonal area uniformly loaded, 1985), que a su vez sirvió como base del documento interno “Integración de las superficies de Boussinesq, westergaard y Fröhlich, sobre superficies poligonales de cualquier forma, cargadas con fuerzas verticales uniformemente repartidas” (Damy, 1985).
- “Stresses Induced by Surficial and Deep Loading in Elastic Medium” de Olivier Rossa y Gabriel Auvinet (Olivier & Auvinet, 1992).



**Figura 2.** Extracto del resumen en conferencia a la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos sobre investigaciones recientes de la UNAM. (Damy, 1985)

En la actualidad estos métodos se han implementado por algoritmos para ser usados en hojas de cálculo programadas, Matlab, etc.

### 2.2.4 Asentamientos en Cimentaciones Superficiales

Cuando se presenta un incremento de esfuerzo debido a una edificación u otras cargas, se comprimen los estratos del suelo; esta compresión es causada por los siguientes factores (Das, 2001):

- deformación de las partículas del suelo

- reacomodo de las partículas del suelo
- expulsión de agua o aire de los espacios vacíos (poros)

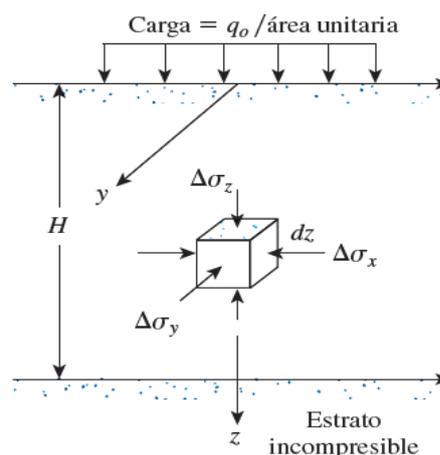
En general se puede decir que el asentamiento de una cimentación está dado por asentamientos divididos en los siguientes tipos (Das, 2001):

- 1) Asentamiento inmediato al cual se le llama también asentamiento elástico ( $S_e$ ), el cual es debido a la deformación elástica del suelo seco y suelos húmedos y saturados sin cambios en el contenido de agua.
- 2) Asentamiento por consolidación primaria ( $S_{c1}$ ), el cual es producido por un cambio de volumen de suelos saturados cohesivos cuando expulsan agua que ocupa los vacíos.
- 3) Asentamiento por consolidación secundaria ( $S_{c2}$ ), el cual ocurre en suelos saturados cohesivos producto del acomodo plástico de la estructura del suelo y ocurre posterior a la consolidación primaria ante cargas permanentes; su importancia práctica está en suelos orgánicos o inorgánicos que sean altamente compresibles.

#### 2.2.4.1.1 Asentamiento Basado en la Teoría de la Elasticidad

Según la teoría de la elasticidad y la ley de Hooke aplicada a la mecánica de suelos, se tiene (Das, 2012):

$$S_e = \int_0^H \varepsilon_z dz = \frac{1}{E_s} \int_0^H (\Delta\sigma_z - \mu_s \Delta\sigma_x - \mu_s \Delta\sigma_y) dz$$



**Figura 3.** Esfuerzos en asentamiento elástico de cimentación superficial. (Das, 2012)  
Donde:

$S_e$  = asentamiento elástico

$E_s$  = módulo de elasticidad del suelo

$H$  = espesor del estrato del suelo

$\mu_s$  = relación de Poisson del suelo

$\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\sigma_z$  = incremento del esfuerzo debido a la carga neta aplicada sobre la cimentación en las direcciones x, y, z.

Resolviendo la ecuación de integral inicial, considerando una cimentación perfectamente flexible, se obtiene:

$$S_e = q_0(\alpha B') \frac{1 - \mu_s^2}{E_s} I_s I_f$$

Donde:

$q_0$  = presión sobre superficie

$\mu_s$  = relación de Poisson del suelo

$E_s$  = módulo de elasticidad promedio debajo de la cimentación

$B' = B/2$  para el centro de la cimentación

=  $B$  para esquina de la cimentación

$\alpha = 4$  para el centro de la cimentación

= 1 para esquina de la cimentación

$I_s = F_1 + \left(\frac{1-2\mu_s}{1-\mu_s}\right) F_2$  es el **factor de forma**

$$F_1 = \frac{1}{\pi}(A_0 + A_1), \quad F_2 = \frac{n'}{2\pi} \tan^{-1} A_2$$

$$A_0 = m' \ln \left[ \frac{(1+\sqrt{m'^2+1})(\sqrt{m'^2+n'^2})}{m'(1+\sqrt{m'^2+n'^2+1})} \right]$$

$$A_1 = \ln \left[ \frac{(m'+\sqrt{m'^2+1})(\sqrt{1+n'^2})}{m'+\sqrt{m'^2+n'^2+1}} \right]$$

$$A_2 = \frac{m'}{m'\sqrt{m'^2+n'^2+1}}$$

$$m' = \frac{L}{B}; \quad n' = \frac{H}{B'}$$

$H$  = altura de estrato o estratos compresibles hasta nivel de estrato incompresible o  $5B$ , el que sea menor.

$I_f = f\left(\frac{D_f}{B}, \mu_s, \frac{L}{B}\right)$  es el **factor de profundidad** (Fox, 1948)

$\mu_s$	$D_f/B$	$B/L$		
		0.2	0.5	1.0
0.3	0.2	0.95	0.93	0.90
	0.4	0.90	0.86	0.81
	0.6	0.85	0.80	0.74
	1.0	0.78	0.71	0.65
0.4	0.2	0.97	0.96	0.93
	0.4	0.93	0.89	0.85
	0.6	0.89	0.84	0.78
	1.0	0.82	0.75	0.69
0.5	0.2	0.99	0.98	0.96
	0.4	0.95	0.93	0.89
	0.6	0.92	0.87	0.82
	1.0	0.85	0.79	0.72

**Figura 4.** Gráfico muestra variación de  $I_f$  con  $D_f/B$ ,  $B/L$  y  $\mu_s$  (de Das, 2012)

### 2.2.5 Análisis Geotécnico de la Interacción Suelo-Estructura

Un problema a resolver, al diseñar la cimentación de una estructura está en determinar la distribución de reacciones bajo la cimentación para cada una de las combinaciones de carga a que pueda estar sujeta la estructura durante la construcción y posteriormente durante su vida útil; esta distribución de reacciones se determina tanto para condiciones estáticas como para condiciones dinámicas de carga, estableciendo la compatibilidad de deformaciones entre la cimentación y el suelo de apoyo; a este procedimiento anterior se le conoce como interacción suelo-estructura (Zeevaert, 1980).

En principio, el tomar al suelo como una serie de resortes de un cierto parámetro elástico  $k$ , es una aproximación que se utiliza en diferentes idealizaciones mediante softwares en la actualidad, pero es necesario aclarar que este procedimiento no es la propia interacción suelo-estructura desde la perspectiva geotécnica, debido a que no relaciona esfuerzos ni desplazamientos entre resorte y resorte, lo cual de hecho ocurre en una interacción con el suelo, debido a los criterios antes mencionados de distribución de cargas de una zona a otra, con un cierto factor de influencias, generándose una especie de matriz de influencias por parte del suelo.

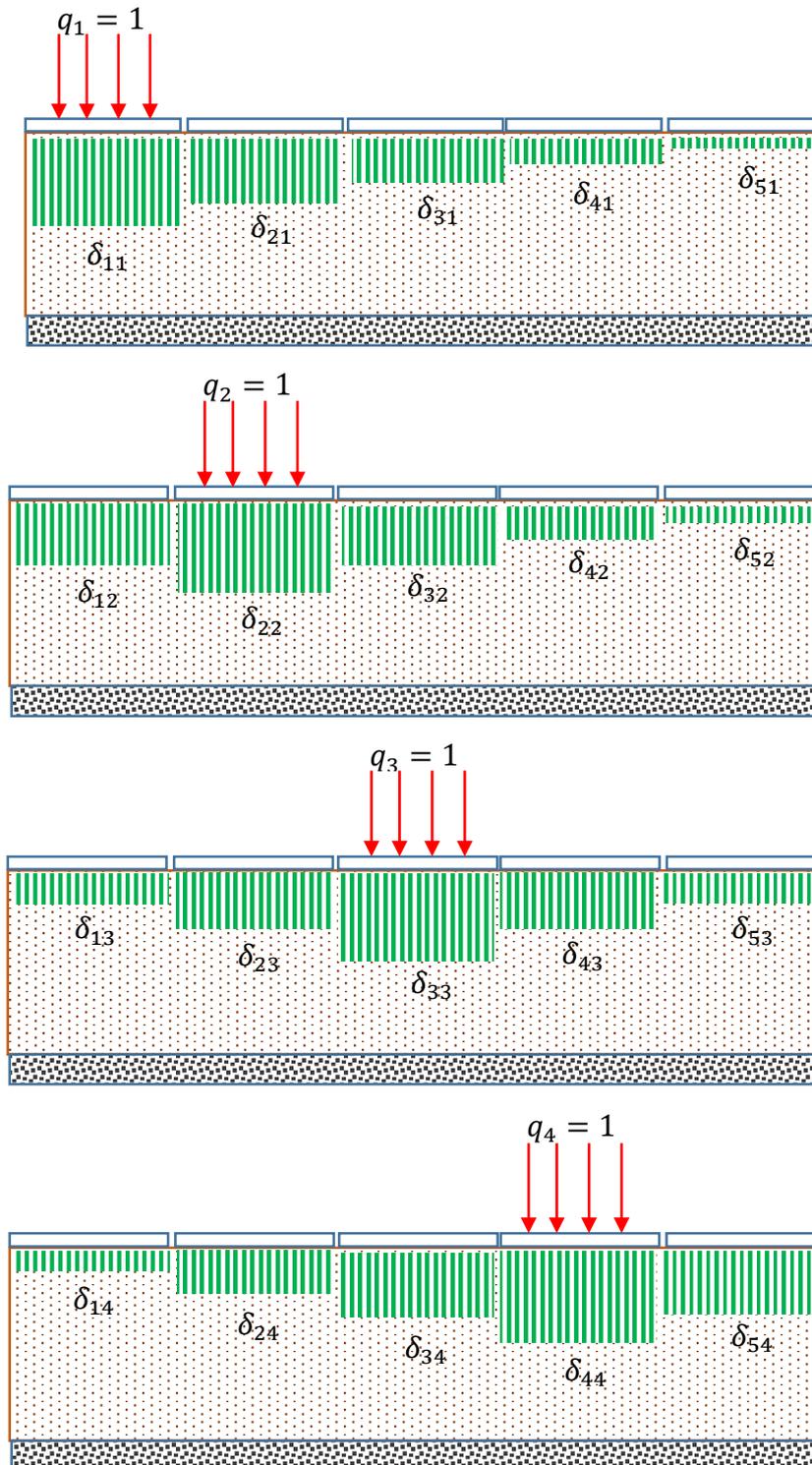
### 2.2.6 Matriz de Flexibilidad y Matriz de Rigidez del Suelo para Cimentaciones Superficiales en Análisis Bidimensional

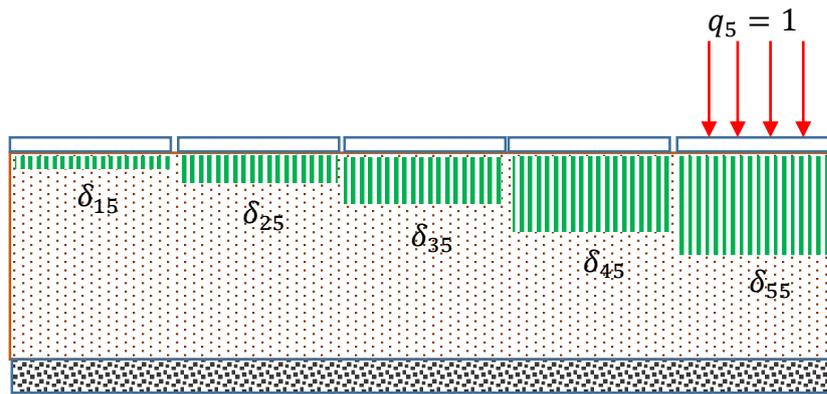
La matriz de flexibilidad del suelo, también llamada matriz de deformaciones por carga unitaria, se obtiene producto de discretizar una superficie uniformemente cargada del suelo, en partes más pequeñas para aplicar alguna de las teorías de asentamientos

debido a la carga uniformemente distribuida sobre cada área, cada una de las cuales tendrá una influencia en los asentamientos promedios en una cierta altura de suelo de cada una de las otras particiones.

Para el propósito de esta investigación, se usarán las ecuaciones de asentamiento basado en la teoría de la elasticidad, expuesto previamente líneas arriba.

El procedimiento se puede representar de la siguiente manera:

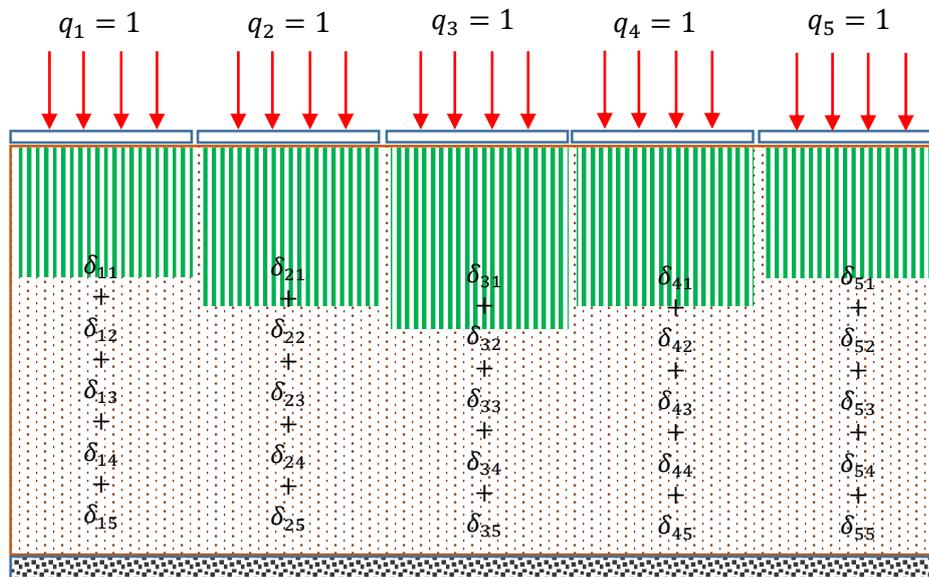




**Figura 5.** Los 5 gráficos muestran la contribución de presión unitaria en áreas colindantes.

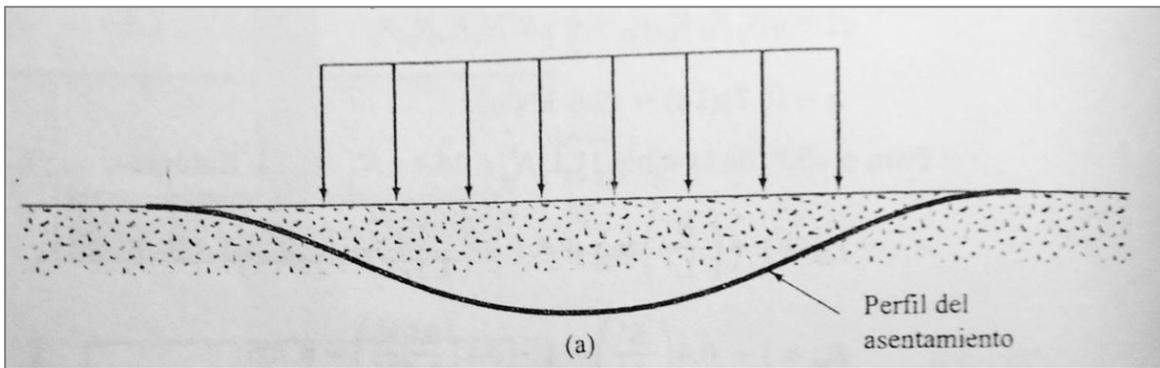
Como se puede apreciar, la carga unitaria colocada en las diferentes particiones en que conceptualmente se realizó a la superficie del suelo, generan contribuciones en asentamientos promedios en una cierta altura de suelo a cada partición.

Visto que se está realizando un análisis elástico lineal, el resultado final para cada partición, será la sumatoria de todas las contribuciones que está teniendo cada partición por parte de todas y cada una de las cargas; tal como se aprecia en la siguiente figura:



**Figura 6.** Resultado de las contribuciones de presiones en la zona analizada

La cual por cierto corresponde a la forma de una cimentación perfectamente flexible, ya que esta y la suposición de que la carga esté directamente sobre el terreno, son equivalentes; tal como se muestra en la siguiente figura:



**Figura 7.** Perfil de asentamientos en suelo flexible (de Das, 2001)

Al ordenamiento superior entonces se le llamará la matriz de flexibilidad del suelo o de deformaciones por carga unitaria:

$$\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{21} & \delta_{31} & \delta_{41} & \delta_{51} \\ + & + & + & + & + \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{32} & \delta_{42} & \delta_{52} \\ + & + & + & + & + \\ \delta_{13} & \delta_{23} & \delta_{33} & \delta_{43} & \delta_{53} \\ + & + & + & + & + \\ \delta_{14} & \delta_{24} & \delta_{34} & \delta_{44} & \delta_{54} \\ + & + & + & + & + \\ \delta_{15} & \delta_{25} & \delta_{35} & \delta_{45} & \delta_{55} \end{pmatrix} = [\delta]$$

Sus unidades son de metros por unidad de presión ( $\frac{m}{\text{ton}/m^2}$  por ejemplo)

Con la cual se obtiene la matriz de rigidez del suelo ante fuerzas concentradas en el centro de cada área producto de la discretización en lugar de presiones, invirtiendo la matriz de flexibilidad y multiplicándola por el área de cada franja producto de la discretización ( $A_0$ ).

$$\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{21} & \delta_{31} & \delta_{41} & \delta_{51} \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{32} & \delta_{42} & \delta_{52} \\ \delta_{13} & \delta_{23} & \delta_{33} & \delta_{43} & \delta_{53} \\ \delta_{14} & \delta_{24} & \delta_{34} & \delta_{44} & \delta_{54} \\ \delta_{15} & \delta_{25} & \delta_{35} & \delta_{45} & \delta_{55} \end{pmatrix}^{-1} \times A_0 = [K_{\text{suelo}}]$$

## 2.2.7 Análisis Matricial de Cimiento tipo Viga sobre Apoyos Elásticos con la Matriz de Rigidez del Suelo

En casos en que cimentaciones se apoyen sobre suelos deformables, una consideración aproximada es considerar apoyos elásticos uniformemente distribuidos como se muestra (Tena A. , 2007):



**Figura 8.** Gráfico muestra a) viga desplantada en suelo deformable y b) idealización con apoyos elásticos deformables. (de Tena, 2007)

Como de prosigue en Tena (2007), esta idealización para un análisis simplificado, fue estudiado por muchos autores, llegando a la ecuación diferencial general que define el equilibrio de una viga sobre soportes elásticos:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + N \frac{d^2 y}{dx^2} = q_x - r_x$$

Donde:

$EI$  = rigidez por flexión

$N$  = fuerza axial en el eje longitudinal de la viga

$y$  = deformación de la viga sobre el terreno (equivale al asentamiento)

$x$  = posición longitudinal en el eje de la viga

$q_x$  = carga aplicada sobre la viga

$r_x$  = reacción del suelo sobre la viga

Nota: La fuerza axial  $N$  contribuye mediante efectos de segundo orden, en caso se tenga una viga con carga axial y de flexión.

Según Tena (2007), la reacción del suelo se puede considerar de la siguiente forma:

$$r_x = k_w y(x) - k_s \frac{d^2 y(x)}{dx^2}$$

Donde:

$k_w$  = módulo de Winkler

$k_s$  = módulo del suelo que permite modelar la interacción entre resortes

Quedando:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + N \frac{d^2 y}{dx^2} - k_s \frac{d^2 y(x)}{dx^2} + k_w y(x) = q_x$$

Luego de discretizar la viga y los resortes, y resolver mediante estas ecuaciones para cada discretización, formando ecuaciones matriciales, se obtiene que la matriz de rigidez total que representa todos estos efectos en la cimentación (viga), está dada por:

$$[K] = [K_e] + [K_g] + [K_s] + [K_w]$$

Donde:

$[K_e]$  = matriz de rigidez elástica propia de la viga

$[K_g]$  = matriz geométrica (afectada por  $N$  mediante efectos de segundo orden)

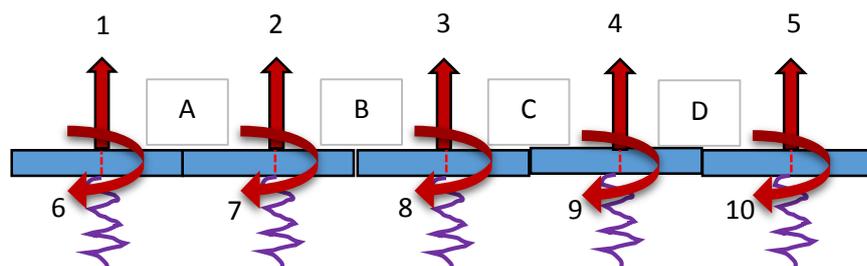
$[K_s]$  = matriz de rigidez complementaria del suelo, asociada a  $k_s$

$[K_w]$  = matriz de rigidez de la cimentación de winkler

Para este trabajo se está simplificando, tomando en cuenta que no se pretende incurrir en grandes cargas axiales  $N$ , y que las condiciones del suelo serán asumidas por la matriz de rigidez del suelo obtenida de la llamada matriz de flexibilidad del suelo; por lo que se prescinde de estos términos quedando:

$$[K] = [K_e] + [K_{suelo}]$$

Donde la matriz de rigidez elástica de la cimentación analizada  $[K_e]$  como viga discretizada se obtiene de la teoría clásica de análisis estructural y es la siguiente:



**Figura 9.** Gráfico de idealización de grados de libertad en viga discretizada sobre resortes.

Según el esquema de ejemplo, se ha discretizado la cimentación idealizada como viga, en 5 partes, bajo las cuales hay 5 apoyos tipo resorte que representa al suelo flexible.

Tal como se muestra en la idealización, existen 4 tramos (A, B, C y D), cada uno de los cuales mantiene un equilibrio de fuerzas dado por la matriz local 4x4 siguiente:

$$A = \begin{matrix} & V_i & M_i & V_j & M_j \\ \begin{matrix} V_i \\ M_i \\ V_j \\ M_j \end{matrix} & \begin{pmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Aplicada esta matriz local a cada tramo entre apoyos, y luego de ensamblar estas matrices locales, se tendrá en este caso por tener 10 grados de libertad una matriz de 10x10:

$$[K_e] = \begin{matrix} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{7} & \mathbf{8} & \mathbf{9} & \mathbf{10} \\ \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{10} \end{matrix} & \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 & a_{1,6} & a_{1,7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & 0 & 0 & 0 & a_{2,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{3,2} & [K_{11}] & a_{3,4} & 0 & 0 & a_{3,7} & [K_{12}] & a_{3,9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} & 0 & 0 & a_{4,8} & 0 & a_{4,10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{5,4} & a_{5,5} & 0 & 0 & 0 & a_{5,9} & a_{5,10} & 0 \\ a_{6,1} & a_{6,2} & 0 & 0 & 0 & a_{6,6} & a_{6,7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{7,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{7,6} & a_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{8,2} & [K_{21}] & a_{8,4} & 0 & 0 & a_{8,7} & [K_{22}] & a_{8,9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{9,3} & 0 & a_{9,5} & 0 & 0 & a_{9,8} & a_{9,9} & a_{9,10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{10,4} & a_{10,5} & 0 & 0 & 0 & a_{10,9} & a_{10,10} & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

A esta matriz global ensamblada, se le debe agregar la matriz correspondiente a los apoyos elásticos, para lo cual la matriz global se puede subdividir en 4 submatrices, de las cuales identificamos la constituida por los grados correspondientes a los puntos de apoyo  $[K_{11}]$  que será donde se le agregue la matriz de apoyos elásticos.

La matriz clásica de apoyos elásticos como resortes aislados para agregar sería la siguiente:

$$[K_{resortes}] = \begin{matrix} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} \\ \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \end{matrix} & \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Nótese que la matriz de los apoyos elásticos como resortes independientes uno del otro, contiene los coeficientes de rigidez de cada resorte solo en la diagonal principal, esto debido a que precisamente no tienen interacción entre ellos.

Sin embargo, como el propósito en esta sección es el de aplicar la matriz de rigidez del suelo, la cual como se vio si contiene interacción entre las acciones de sus apoyos, entonces la matriz de rigidez del suelo a sumar será:

$$[K_{suelo}] = \begin{matrix} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} \\ \mathbf{1} & ks_{1,1} & ks_{1,2} & ks_{1,3} & ks_{1,4} & ks_{1,5} \\ \mathbf{2} & ks_{2,1} & ks_{2,2} & ks_{2,3} & ks_{2,4} & ks_{2,5} \\ \mathbf{3} & ks_{3,1} & ks_{3,2} & ks_{3,3} & ks_{3,4} & ks_{3,5} \\ \mathbf{4} & ks_{4,1} & ks_{4,2} & ks_{4,3} & ks_{4,4} & ks_{4,5} \\ \mathbf{5} & ks_{5,1} & ks_{5,2} & ks_{5,3} & ks_{5,4} & ks_{5,5} \end{matrix}$$

Obteniendo finalmente la siguiente matriz de rigidez de la cimentación (idealizada como viga sobre apoyos flexibles), la cual sería la que incluye las interacciones con el suelo:

$$[K_e] + [K_{suelo}] =$$

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>1</b>	$a_{1,1} + ks_{1,1}$	$a_{1,2} + ks_{1,2}$	$ks_{1,3}$	$ks_{1,4}$	$ks_{1,5}$	$a_{1,6}$	$a_{1,7}$	0	0	0
<b>2</b>	$a_{2,1} + ks_{2,1}$	$a_{2,2} + ks_{2,2}$	$a_{2,3} + ks_{2,3}$	$ks_{2,4}$	$ks_{2,5}$	$a_{2,6}$	0	$a_{2,8}$	0	0
<b>3</b>	$ks_{3,1}$	$a_{3,2} + ks_{3,2}$	$a_{3,3} + ks_{3,3}$	$a_{3,4} + ks_{3,4}$	$ks_{3,5}$	0	$a_{3,7}$	0	$a_{3,9}$	0
<b>4</b>	$ks_{4,1}$	$ks_{4,2}$	$a_{4,3} + ks_{4,3}$	$a_{4,4} + ks_{4,4}$	$a_{4,5} + ks_{4,5}$	0	0	$a_{4,8}$	0	$a_{4,10}$
<b>5</b>	$ks_{5,1}$	$ks_{5,2}$	$ks_{5,3}$	$a_{5,4} + ks_{5,4}$	$a_{5,5} + ks_{5,5}$	0	0	0	$a_{5,9}$	$a_{5,10}$
<b>6</b>	$a_{6,1}$	$a_{6,2}$	0	0	0	$a_{6,6}$	$a_{6,7}$	0	0	0
<b>7</b>	$a_{7,1}$	0	$a_{7,3}$	0	0	$a_{7,6}$	$a_{7,7}$	$a_{7,8}$	0	0
<b>8</b>	0	$a_{8,2}$	0	$a_{8,4}$	0	0	$a_{8,7}$	$a_{8,8}$	$a_{8,9}$	0
<b>9</b>	0	0	$a_{9,3}$	0	$a_{9,5}$	0	0	$a_{9,8}$	$a_{9,9}$	$a_{9,10}$
<b>10</b>	0	0	0	$a_{10,4}$	$a_{10,5}$	0	0	0	$a_{10,9}$	$a_{10,10}$

## 2.2.8 Dinámica Estructural y Métodos Numéricos para el Análisis Tiempo-Historia

### 2.2.9 Vibración libre de una estructura de un grado de libertad

Se dice que una estructura experimenta vibración libre cuando es perturbada de su posición de equilibrio estático y después se deja vibrar sin ninguna excitación dinámica externa.

En dinámica estructural, el número de coordenadas independientes necesarias para especificar la configuración o posición de un sistema en cualquier instante de tiempo se conoce como el número de grados de libertad como indica (Paz, 1992).

### 2.2.9.1.1 Vibración libre no amortiguada

Haciendo el diagrama de cuerpo libre (DCL) se utiliza el principio de D'Alembert el cual establece que la sumatoria de fuerzas internas y fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo y las denominadas fuerzas de inercia forman un sistema de fuerzas en equilibrio. La o las fuerzas de inercia (ficticias) se obtienen cambiando de signo el producto de la masa por la aceleración generados (Paz, 1992):

$F_{inercia} = -m\ddot{y}$ ; haciendo la igualdad:

$$ky = -m\ddot{y} \rightarrow ky + m\ddot{y} = 0$$

Cuya solución conocida es:  $y = A \cos wt + B \sin wt$

Donde:

$$w = \sqrt{k/m} \text{ frecuencia natural del sistema}$$

$$T = 2\pi/w \text{ periodo natural del sistema}$$

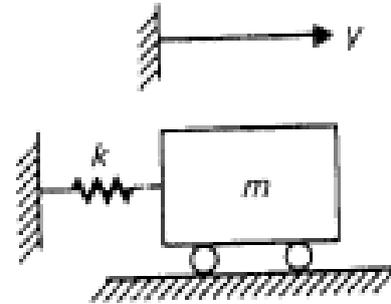


Figura 10. Esquema (de Paz, 1992)

### 2.2.9.1.2 Vibración libre viscosamente amortiguada

La experiencia indica que no es posible tener un mecanismo que vibre en condiciones ideales; fuerzas llamadas de fricción o de amortiguación están siempre presentes en cualquier sistema en movimiento las cuales disipan energía, en forma de calor por ejemplo (Paz, 1992).

Aunque el amortiguamiento en las estructuras reales se debe a varios mecanismos de disipación de la energía que actúan de manera simultánea, un enfoque matemáticamente práctico consiste en idealizarlos mediante el amortiguamiento viscoso equivalente (Chopra, 2014).

Cuya ecuación es la siguiente:  $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$

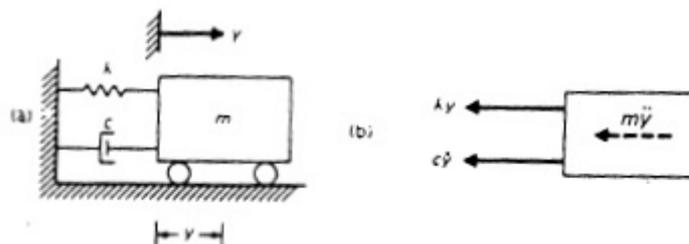


Figura 11. Esquema de sistema de vibración libre con amortiguamiento viscoso (de Paz, 1992)

Cuya solución luego de resolver la ecuación diferencial, se divide en 3 casos: Sistema con amortiguación crítica, Sistema sobre amortiguado y sistema subamortiguado,

dependiendo de si el amortiguamiento “C” es igual al amortiguamiento crítico “Ccr”, mayor al amortiguamiento crítico “Ccr” o menor que este respectivamente.

Donde:  $C_{cr} = 2\sqrt{km}$  ,  $\xi = \frac{C}{C_{cr}}$

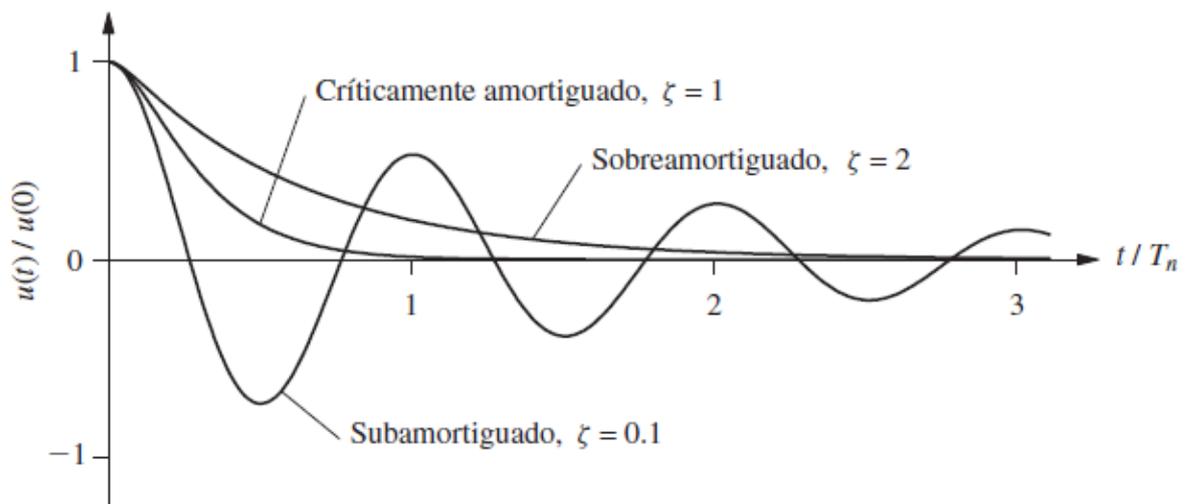
A  $\xi$  se le conoce como razón de amortiguamiento, porcentaje de amortiguamiento o simplemente amortiguación.

En la siguiente figura se muestra una gráfica del movimiento  $u(t)$  debido al desplazamiento inicial  $u(0)$  para los tres casos de amortiguamiento los cuales se caracterizan por tres valores de  $\xi$  (Chopra, 2014).

Si  $C < C_{cr}$  o  $\xi < 1$ , el sistema oscila alrededor de su posición de equilibrio con una amplitud que disminuye progresivamente.

Si  $C = C_{cr}$  o  $\xi = 1$ , el sistema vuelve a su posición de equilibrio sin oscilar.

Si  $C > C_{cr}$  o  $\xi > 1$ , de nuevo el sistema no oscila y regresa a su posición de equilibrio, como en el caso de  $\xi = 1$ , pero a un ritmo más lento.



**Figura 12.** Tres casos de amortiguamiento viscoso en sistema de vibración libre (Chopra, 2014)

El amortiguamiento  $C_{cr}$  se denomina amortiguamiento crítico debido a que es el valor más pequeño de  $c$  que inhibe por completo la oscilación y representa la línea divisoria entre el movimiento oscilatorio y no oscilatorio (Chopra, 2014).

El análisis en general se limita a los sistemas subamortiguados ( $c < c_{cr}$ ) porque todas las estructuras de interés (edificios, puentes, presas, centrales nucleares, estructuras marítimas, etcétera) entran dentro de esta categoría ya que, por lo general, su fracción de amortiguamiento es menor a 0.10, por lo cual existen pocas razones para estudiar

la dinámica de los sistemas críticamente amortiguados ( $c = c_{cr}$ ) o los sistemas sobreamortiguados ( $c > c_{cr}$ ); sin embargo, tales sistemas existen, por ejemplo los mecanismos de retroceso, como la puerta automática común, están sobreamortiguados, y los instrumentos utilizados para medir valores de estado estable, como una báscula para medir peso muerto, por lo general se amortiguan críticamente; sin embargo, incluso para los sistemas de absorción de choques en automóviles, suelen tener un amortiguamiento menor a la mitad del amortiguamiento crítico,  $\xi < 0.5$  (Chopra, 2014).

La solución a la ecuación diferencial en el caso de interés (sistemas subamortiguados) es la siguiente:

$$y(t) = e^{-\xi\omega t} \left[ y_0 \cos(w_D t) + \frac{v_0 + y_0 \xi \omega}{w_D} \text{sen}(w_D t) \right]$$

Donde:

$w = \sqrt{k/m}$  frecuencia sin amortiguación (frecuencia natural)

$w_D = w\sqrt{1 - \xi^2}$  frecuencia con amortiguación

$\xi = C/C_{cr}$  razón de amortiguación

$C_{cr} = 2\sqrt{km}$  amortiguación crítica

$y_0$ : desplazamiento inicial

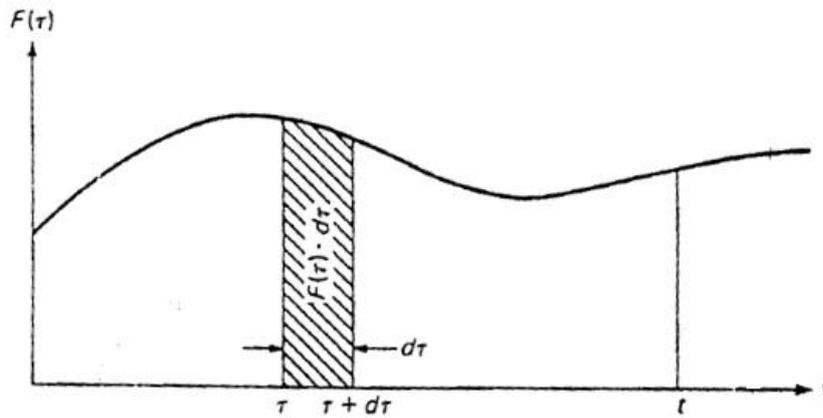
$v_0$ : velocidad inicial

NOTA:

La razón de amortiguación en los sistemas estructurales es generalmente menor del 20% de la amortiguación crítica ( $\xi < 0.2$ ).

### 2.2.10 Respuesta a Excitaciones Dinámicas Generales

Según Paz (1992), una excitación impulsiva es una excitación aplicada durante un corto intervalo de tiempo y el impulso correspondiente a este tipo de excitación se define como el producto de la fuerza por el intervalo de tiempo de su duración.



**Figura 13.** Impulso de la fuerza general  $F(\tau)$  en el instante  $t$ , durante el intervalo  $d\tau$ , está representado por el área sombreada y es igual a  $F(\tau)d\tau$  (de Paz, 1992).

Este impulso equivale a:

$$ma = F(\tau)$$

$$m \frac{dv}{d\tau} = F(\tau)$$

$$dv = \frac{F(\tau)d\tau}{m}$$

Si reemplazamos este valor “ $dv$ ” (que es varía debido a la fuerza general variable en el tiempo) en lugar de  $v_0$  en la ecuación del movimiento libre amortiguado (subamortiguado), considerando una posición inicial  $y_0 = 0$ , tendremos la ecuación diferencial de la posición “ $dy$ ”:

$$dy(t) = \frac{e^{-\xi\omega(t-\tau)} F(\tau) d(\tau)}{m\omega_D} \text{sen}[\omega_D(t - \tau)]$$

Donde el intervalo de tiempo para las funciones diferentes a la fuerza impulsiva cambia a “ $t - \tau$ ” debido a que para cada intervalo o diferencial de posición “ $d(y)$ ”, estas funciones empiezan desde “0” relativo a ese tiempo, es decir relativo al tiempo “ $\tau$ ” hasta el instante donde se evalúa “ $t$ ”.

Luego integrando se obtiene la llamada “Integral de Duhamel”:

$$y(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t [F(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \text{sen}[\omega_D(t - \tau)]] d\tau$$

Solución general de:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(\tau)$$

La integral de Duhamel proporciona un resultado general para evaluar la respuesta de un sistema lineal de 1GDL a una fuerza arbitraria, resultado el cual se restringe a los sistemas lineales, puesto que se basa en el principio de superposición, por lo que no

es aplicable a estructuras que se deforman más allá de su límite elástico lineal, entonces si  $F(\tau)$  es una función simple, es posible evaluar la integral en forma cerrada y la integral de Duhamel representa una alternativa al método clásico de solución de ecuaciones diferenciales; si  $F(\tau)$  es una función complicada que se describe numéricamente, la evaluación de la integral requiere métodos numéricos (Chopra, 2014).

### **2.2.11 Métodos Numéricos para la Evaluación de la Respuesta a Excitaciones Dinámicas Generales**

Por lo general, la solución analítica de la ecuación de movimiento para un sistema de un solo grado de libertad no es posible si la excitación [fuerza  $F(t)$  o aceleración del terreno  $\ddot{y}_g(t)$ ] varía arbitrariamente con el tiempo o si el sistema no es lineal. Tales problemas pueden abordarse mediante métodos numéricos paso a paso en el tiempo para la integración de ecuaciones diferenciales (Chopra, 2014).

En los métodos de integración paso a paso existen dos grupos de esquemas (Bozzo & Barbat, 2000):

- A. Los implícitos, donde la solución de cada intervalo se obtiene como solución de un sistema de ecuaciones algebraicas.
- B. Los explícitos, donde la solución se obtiene a partir de las ecuaciones y soluciones del intervalo anterior.

Además, en Chopra (2014) se acota que, la realización de un paso de tiempo desde  $i$  hasta  $i + 1$  no suele ser un procedimiento exacto y que muchos procedimientos posibles que se implementan de forma numérica.

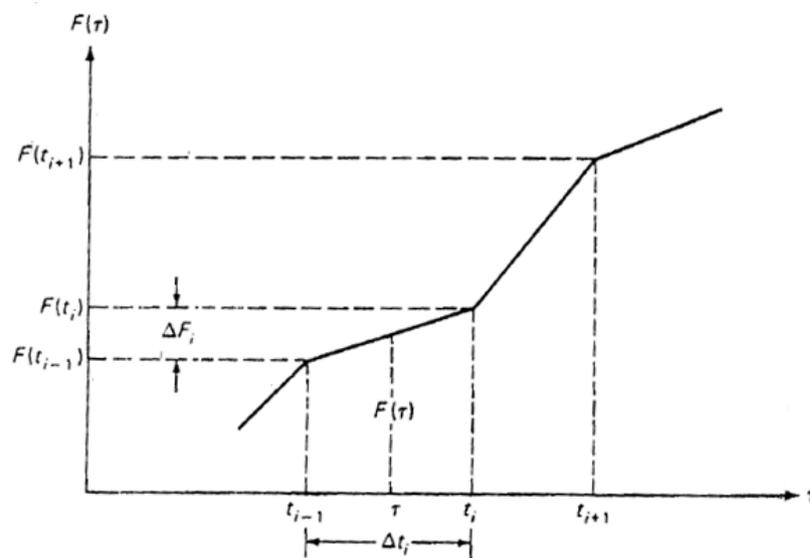
Los tres requisitos importantes para un procedimiento numérico son (Chopra, 2014):

- 1) la convergencia (a medida que disminuye el paso de tiempo, la solución numérica debe acercarse a la solución exacta).
- 2) la estabilidad (la solución numérica debe ser estable en la presencia de errores numéricos de redondeo).
- 3) la precisión (el procedimiento numérico debe proporcionar resultados que estén lo suficientemente cerca a la solución exacta).

#### **2.2.11.1.1 Método de Integración Directa Alternativo a la integral de Duhamel**

Este método numérico corresponde al grupo de esquema explícito, condicionalmente estable ya que depende del tamaño del intervalo de tiempo “ $\Delta t$ ” para evitar perder los picos de la fuerza o aceleración de excitación.

Según Paz (1992), el proceso de solución de este método requiere conocer la excitación a intervalos iguales de tiempo “ $\Delta t$ ” y que esto se consigue por interpolación lineal entre los puntos que definen la excitación, y la respuesta se calcula considerando las condiciones iniciales de cada intervalo de tiempo “ $\Delta t$ ”, y la excitación se supone lineal durante esos intervalos, estas condiciones iniciales son en este caso, el desplazamiento y la velocidad al término del intervalo de tiempo anterior. Suponiendo que la excitación  $F(t)$  es aproximada por una función de segmentos lineales, la función se expresa (Paz, 1992):



**Figura 14.** Función de fuerza  $F(t)$  idealizada como segmentos lineales (Paz, 1992).

$$F(t) = \left(1 - \frac{t - t_i}{\Delta t}\right) F_i + \left(\frac{t - t_i}{\Delta t}\right) F_{i+1}$$

Donde:  $t_i \leq t \leq t_i + \Delta t$

además  $t_i = i \times \Delta t$  para intervalos iguales de tiempo,  $i=1,2, \dots$

Igualando con la ecuación diferencial:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(\tau)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \left(1 - \frac{t - t_i}{\Delta t}\right) F_i + \left(\frac{t - t_i}{\Delta t}\right) F_{i+1}$$

Cuya solución, como se menciona en (Paz, 1992), puede expresarse como la suma de la solución complementaria  $y_c$ , en que el segundo miembro de la ecuación es cero:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$$

$$y_c = e^{-\xi\omega t} [C_i \cos(w_D(t - t_i)) + D_i \text{sen}(w_D(t - t_i))]$$

Y una solución particular  $y_p$  de la forma:

$$y_p = B_i + A_i(t - t_i)$$

Donde la solución está dada por las dos componentes:

$$y = y_c + y_p$$

$$y_{i+1} = e^{-\xi\omega\Delta t} [C_i \cos(w_D\Delta t) + D_i \text{sen}(w_D\Delta t)] + B_i + A_i\Delta t$$

$$\dot{y}_{i+1} = e^{-\xi\omega\Delta t} [D_i(w_D \cos(w_D\Delta t) - \xi\omega \text{sen}(w_D\Delta t)) - C_i(\xi\omega \cos(w_D\Delta t) + w_D \text{sen}(w_D\Delta t))] + A_i$$

$$\ddot{y}_{i+1} = \ddot{a}_{i+1} - 2\xi\omega\dot{y}_{i+1} - \omega^2 y_{i+1}$$

Reemplazando en la ecuación diferencial, igualando coeficientes y resolviendo, se obtienen las ecuaciones para el procedimiento numérico iterativo:

Donde:

$$A_i = \frac{\ddot{a}_{i+1} - \ddot{a}_i}{w^2\Delta t} \quad B_i = \frac{\ddot{a}_i}{w^2} - \frac{2\xi}{w} A_i \quad C_i = y_i - B_i \quad D_i = \frac{\dot{y}_i - A_i + \xi w C_i}{w_D}$$

Las cuales son las ecuaciones mostradas en (Paz, 1992), pero modificadas para que queden solo en función de  $w$ ,  $\xi$  y  $\Delta t$ .

Donde  $\ddot{a}_i$  es la aceleración dato de un registro sísmico.

### 2.2.12 Método de Superposición Modal Para Respuesta Edificio Simple VGDL Ante Excitaciones Generales del Terreno.

Tal como está en (Paz, 1992), se tiene la ecuación:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$$

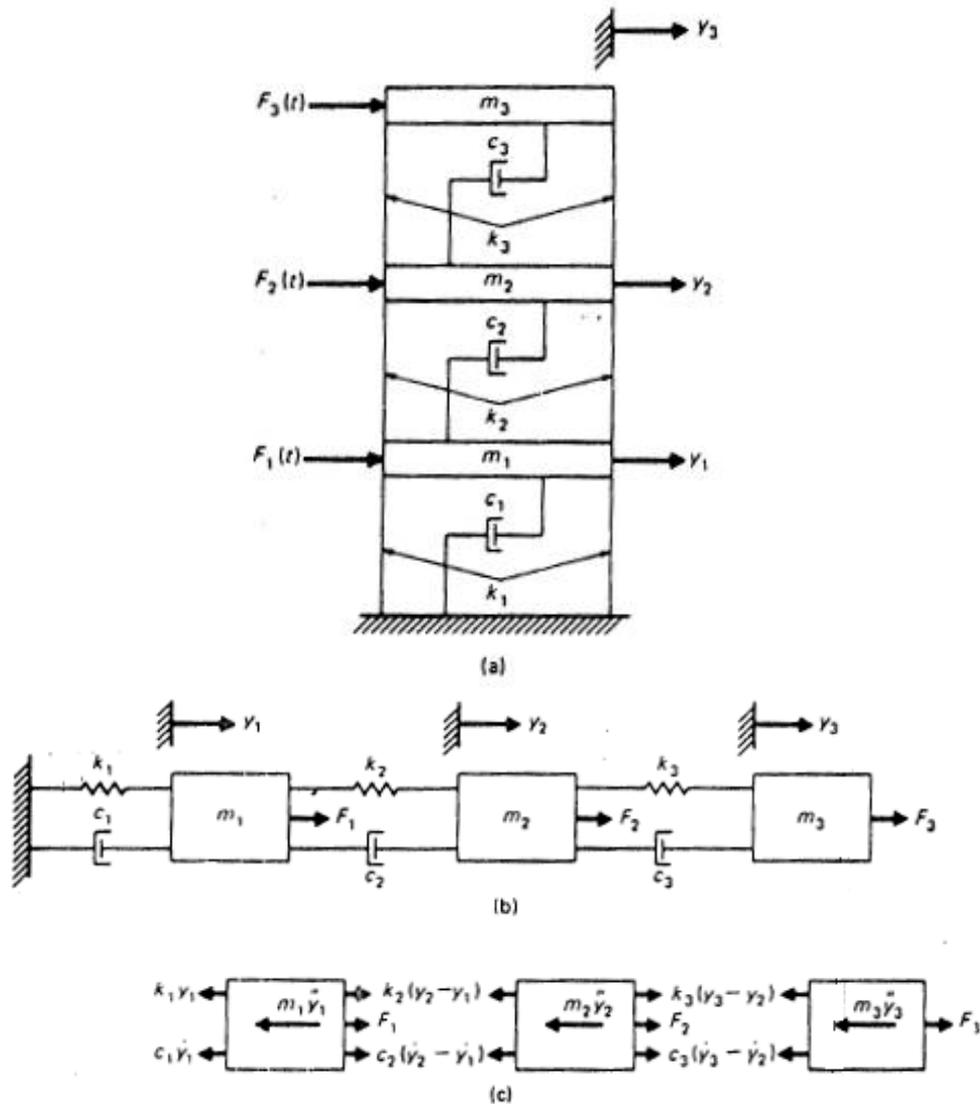
Expresándola en forma matricial para VGDL:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{0\}$$

Si el desplazamiento del suelo es " $y_s$ "

Luego el desplazamiento de cada nivel relativo al suelo es  $u_n = y_n - y_s$

Donde " $n$ " es el número indicador del nivel (1,2, 3, ...)



**Figura 15.** (a) Edificio con amortiguación 2 niveles, (b) Modelo matemático, (c) Diagrama de cuerpo libre (imagen de Paz, 1992)

Se escribe la ecuación de equilibrio de cada nivel:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{y}_1 + c_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_s) + k_1(y_1 - y_s) - c_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_2(y_2 - y_1) &= 0 \\
 m_2 \ddot{y}_2 + c_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_2(y_2 - y_1) - c_3(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) - k_3(y_3 - y_2) &= 0 \\
 &\vdots \\
 m_n \ddot{y}_n + c_n(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1}) + k_n(y_n - y_{n-1}) &= 0
 \end{aligned}$$

Se introduce el cambio  $u = y - y_s$ ; ( $y = u + y_s$ ):

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{u}_1 + c_1(\dot{u}_1) + k_1(u_1) - c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) - k_2(u_2 - u_1) &= -m_1 \ddot{y}_s \\
 m_2 \ddot{u}_2 + c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + k_2(u_2 - u_1) - c_3(\dot{u}_3 - \dot{u}_2) - k_3(u_3 - u_2) &= -m_2 \ddot{y}_s \\
 &\vdots \\
 m_n \ddot{u}_n + c_n(\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}) + k_n(u_n - u_{n-1}) &= -m_n \ddot{y}_s
 \end{aligned}$$

Agrupando convenientemente:

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{u}_1 + \dot{u}_1(c_1 + c_2) + \dot{u}_2(-c_2) + u_1(k_1 + k_2) + u_2(-k_2) &= -m_1 \ddot{y}_s \\
m_2 \ddot{u}_2 + \dot{u}_1(-c_2) + \dot{u}_2(c_2 + c_3) + \dot{u}_3(-c_3) + u_1(-k_2) + u_2(k_2 + k_3) + u_3(-k_3) &= -m_2 \ddot{y}_s \\
&\vdots \\
m_n \ddot{u}_n + \dot{u}_{n-1}(-c_n) + \dot{u}_n(c_n) + u_{n-1}(-k_n) + u_n(k_n) &= -m_n \ddot{y}_s
\end{aligned}$$

Luego, agregando el cambio  $\{u\} = [\phi]\{z\}$

El sistema de ecuaciones anterior se expresa en forma matricial (Paz, 1992):

$$[M][\phi]\{\ddot{z}\} + [c][\phi]\{\dot{z}\} + [K][\phi]\{z\} = -[M]\{\ddot{y}_s\}$$

Premultiplicando (multiplicando por la izquierda) por la matriz modal transpuesta  $[\phi]^T$  a todos los miembros para aprovechar las propiedades de ortogonalidad de los modos normales:

$$\begin{aligned}
[\phi]^T [M][\phi]\{\ddot{z}\} + [\phi]^T [c][\phi]\{\dot{z}\} + [\phi]^T [K][\phi]\{z\} &= -[\phi]^T [M]\{\ddot{y}_s\} \\
[I]\{\ddot{z}\} + 2[\xi][\omega]\{\dot{z}\} + [\omega^2]\{z\} &= [\Gamma]\{\ddot{y}_s\} \\
\{\ddot{z}\} + 2[\xi][\omega]\{\dot{z}\} + [\omega^2]\{z\} &= [\Gamma]\{\ddot{y}_s\}
\end{aligned}$$

Si, finalmente se hace el cambio  $\{z\} = [\Gamma]\{x\}$ , es decir  $[\Gamma]^{-1}\{z\} = \{x\}$  :

$$\{\ddot{x}\} + 2[\xi][\omega]\{\dot{x}\} + [\omega^2]\{x\} = \{\ddot{y}_s\}$$

Lo cual representa un sistema de ecuaciones desacopladas como se muestra a continuación y que pueden ser resueltas independientemente por métodos numéricos:

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_1 + 2\xi\omega_1\dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 &= \ddot{y}_s \text{ obteniendo } x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1 \\
\ddot{x}_2 + 2\xi\omega_2\dot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 &= \ddot{y}_s \text{ obteniendo } x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2 \\
\ddot{x}_3 + 2\xi\omega_3\dot{x}_3 + \omega_3^2 x_3 &= \ddot{y}_s \text{ obteniendo } x_3, \dot{x}_3, \ddot{x}_3 \\
&\vdots \\
\ddot{x}_n + 2\xi\omega_n\dot{x}_n + \omega_n^2 x_n &= \ddot{y}_s \text{ obteniendo } x_n, \dot{x}_n, \ddot{x}_n
\end{aligned}$$

### 2.2.13 Interacción Dinámica Suelo-Estructura

La interacción entre el suelo de fundación y la estructura apoyada sobre este puede ser ante cargas gravitatorias estáticas o ante cargas dinámicas, por defecto las producidas por sismos.

Tal como menciona Tena (2007), En el diseño sísmico de estructuras desplantadas en sitios de terreno blando, la interacción dinámica entre el suelo y la estructura

adquiere gran relevancia, además que este fenómeno agrupa un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste ante solicitaciones dinámicas. Esta interacción modifica las propiedades dinámicas de la estructura, así como las características del movimiento del terreno cercanas a la cimentación.

Si la excitación sísmica en la base de la estructura se considera igual al movimiento de campo libre, es decir, el movimiento que se tendría en el suelo en ausencia de la estructura, el efecto de interacción que se presenta es el resultado sólo de la inercia de la estructura, el efecto de interacción que se presenta es el resultado sólo de la inercia y elasticidad de la estructura y el suelo, este efecto se conoce como **interacción inercial** y depende básicamente de las propiedades dinámicas del sistema suelo-estructura (Avilés como se citó en Tena, 2007).

Además, el análisis completo de interacción requiere incorporar un efecto adicional producido por el paso de las ondas sísmicas, que es particularmente importante para cimentaciones enterradas, y se origina porque la rigidez de la cimentación le impide ajustarse a las deformaciones del suelo causadas por el movimiento de campo libre, apareciendo un fenómeno de difracción de ondas que modifica el movimiento del suelo en la proximidad del cimiento; y, la superposición de las ondas incidentes y reflejadas por la superficie del terreno, campo libre, con las ondas difractadas por el cimiento al ignorar la presencia de la estructura, da como resultado el movimiento efectivo de la cimentación, el cual genera el efecto que se conoce como **interacción cinemática** y depende fundamentalmente de la geometría de la cimentación, la estratigrafía del subsuelo y la naturaleza de la excitación sísmica (Tena A. , 2007).

Por tanto, los efectos de la interacción entre el suelo y la estructura pueden descomponerse en inerciales y cinemáticos, como propusieron desde mediados de 1980 otros autores; además, el alargamiento del periodo fundamental, el incremento o la reducción del amortiguamiento y la modificación de la ductilidad de la estructura con respecto a los valores que tendría en su condición de base rígida, son producto de la interacción inercial; por otro lado, los resultados de la interacción cinemática son la reducción de los componentes de traslación de la cimentación por el efecto promediador de ésta, el cabeceo y la torsión de la cimentación inducidos también por su efecto promediador, así como el filtrado de los componentes de alta frecuencia de la excitación sísmica (Tena A. , 2007).

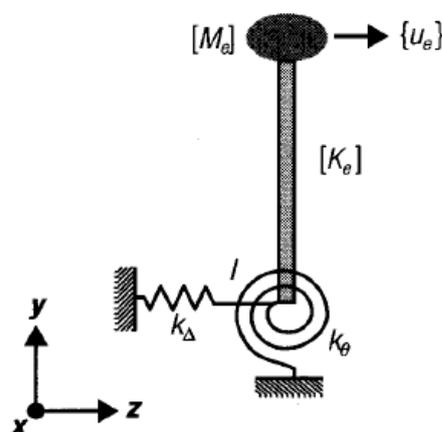
Como se indica en Tena (2007), “en general es conservador efectuar solamente el análisis de interacción inercial, siempre que los efectos de sitio sean considerados en la determinación de la excitación sísmica de campo libre”.

Los principales efectos de interacción, que son la modificación del periodo fundamental, el amortiguamiento y la ductilidad, conducen a respuestas mayores o menores que las que sufriría la estructura en base rígida, dependiendo de la posición del periodo resonante del espectro de respuesta, el amortiguamiento y la ductilidad; pero normalmente los criterios de diseño en los reglamentos sísmicos consideran los efectos de interacción sólo en el periodo y amortiguamiento (Tena A. , 2007).

Usualmente las ecuaciones que gobiernan la interacción suelo-estructura pueden resolverse en el dominio de la frecuencia, mediante la transformada de Fourier, o directamente en el dominio del tiempo mediante métodos numéricos (Tena A. , 2007).

### 2.2.13.1.1 Interacción despreciando la masa de la cimentación

Una simplificación empleada exitosamente en el análisis dinámico de estructuras con cimentaciones superficiales considerando los efectos de la interacción, es despreciar la masa de la cimentación, modelándola por medio de resortes de desplazamiento y de rotación exclusivamente, de esta manera es posible demostrar que para este caso se puede operar sobre la ecuación general de movimiento, utilizando la matriz de rigidez lateral de la estructura transformada por el efecto de interacción  $[\hat{K}_e]$ , y la matriz de amortiguamiento efectivo del sistema cimiento-estructura por el efecto de interacción  $[\hat{C}_e]$  (Tena, 2007).



**Figura 16.** Oscilador equivalente en sistema suelo-estructura de un solo nivel, despreciando la masa de cimentación (imagen de Tena, 2007).

$$[M_e]\{\ddot{U}_e\} + [\hat{C}_e]\{\dot{U}_e\} + [\hat{K}_e]\{U_e\} = -[M_e]\{\ddot{U}_s\}$$

Donde:

$\{\ddot{U}_s\}$  Son las aceleraciones efectivas del terreno (tomando en cuenta o no la interacción cinemática).

$[M_e]$  Es la matriz de masas de la estructura.

$[\hat{C}_e]$  Es la matriz de amortiguamiento efectivo que incluye la suma tanto del amortiguamiento estructural como del denominado por radiación del suelo.

$[\hat{K}_e]$  Es la **matriz de rigidez transformada** y se obtiene partir de la matriz de rigidez lateral promedio de la estructura en base rígida  $[K]$  y de las constantes de los resortes generalizados que representan a la cimentación,  $k_\Delta$  y  $k_\theta$ .

De donde:

$$[\hat{K}_e] = \left( [I] - \frac{k_\theta(1 + \beta_\theta)[K]\{J\}\{J\}^T - (\{J\}^T[K]\{H\})([K]\{J\}\{H\}^T + [K]\{H\}\{J\}^T) + k_\Delta(1 + \beta_\Delta)[K]\{H\}\{H\}^T}{k_\theta k_\Delta(1 + \beta_\theta + \beta_\Delta + (1 - \gamma)\beta_\theta\beta_\Delta)} \right) [K]$$

Si:

$$[G] = \left( [I] - \frac{k_\theta(1 + \beta_\theta)[K]\{J\}\{J\}^T - (\{J\}^T[K]\{H\})([K]\{J\}\{H\}^T + [K]\{H\}\{J\}^T) + k_\Delta(1 + \beta_\Delta)[K]\{H\}\{H\}^T}{k_\theta k_\Delta(1 + \beta_\theta + \beta_\Delta + (1 - \gamma)\beta_\theta\beta_\Delta)} \right)$$

Entonces:

$$[\hat{K}_e] = [G][K]$$

Donde:

$[I]$  Es la matriz identidad.

$[G]$  Es la matriz de transformación.

$\{J\}$  Es el vector  $\{1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1\}$ .

$\{H\}$  Es el vector que contiene las alturas relativas a la base  $\{h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4 \ \dots \ h_5\}$ .

$k_\Delta$  Es la rigidez lateral generalizada de la cimentación.

$k_\theta$  Es la rigidez rotacional generalizada de la cimentación.

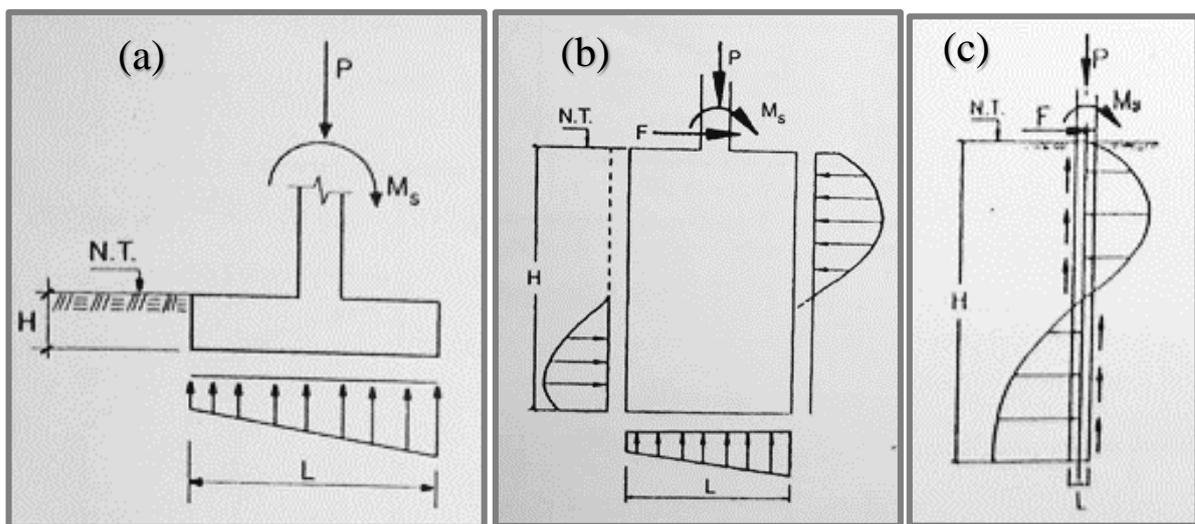
$$\beta_\theta = \frac{\{H\}^T[K]\{H\}}{k_\theta} \quad \beta_\Delta = \frac{\{J\}^T[K]\{J\}}{k_\Delta} \quad \gamma = \frac{(\{J\}^T[K]\{H\})^2}{(\{J\}^T[K]\{J\})(\{H\}^T[K]\{H\})}$$

Tal como se señala en Tena (2007), “con este método se han obtenido buenas correlaciones entre la respuesta medida y la calculada con este método para edificios de mampostería monitoreados durante el sismo de Loma Prieta de 1989 (Tena & Abrams, 1992), edificios con dos niveles y de cimentación superficial; además, estas ecuaciones permiten utilizar métodos numéricos estándar para resolver la ecuación de movimiento, ya que no involucra modos no clásicos, lo que hace a este método

muy atractivo para su implantación en programas convencionales de análisis estructural y de elementos finitos”.

### 2.2.14 Contribución de las Fuerzas Horizontales en los Desplazamientos de la Cimentación Superficial.

Según refiere la investigación presentada por el ingeniero Julio Rivera Feijoo y la ingeniera Sandra Soto Quiroga “**Cimentación de estructuras sometidas a fuerzas horizontales**” (Rivera Feijoo & Soto Quiroga, 1998) en el “I Congreso Nacional de Ingeniería Estructural y Construcción”, 4 y 5 de Diciembre de 1998, organizado por el ACI capítulo peruano.



Con el objetivo de determinar el grado de contribución de las presiones laterales y verticales a la estabilidad de las cimentaciones, se analizaron cimentaciones con varias relaciones de  $H/L$ . Los resultados fueron graficados y se encontró que la relación de momento inferior al momento exterior superior ( $M_i/M_s$ ) nos muestra que las cimentaciones con relación  $H/L > 4$ , dan una contribución del momento inferior ( $M_i$ ) menor del 5%, por lo que se puede considerar que las presiones verticales tienen una contribución casi nula, por lo que se hace un análisis exclusivamente considerando la presión horizontal. Por otro lado, cuando la relación es menor a 0.25, la contribución de las presiones horizontales es prácticamente nula y la estabilidad se da exclusivamente por las presiones verticales. En caso que la relación se encuentre entre 0.25 y 4, se recomienda tomar en consideración la contribución de las presiones

verticales y horizontales. Quedando entre otras recomendaciones, la siguiente tabla resumen (Rivera Feijoo & Soto Quiroga, 1998):

REGION	H/L	COMENTARIOS	TIPO DE DISEÑO
A	$H/L < 0.25$	Presiones horizontales muy pequeñas (se pueden despreciar)	Cimentaciones comunes en que no se considera el efecto horizontal
B	$0.25 < H/L < 0.4$	Se deben considerar presiones horizontales y verticales	Cimentaciones de base ancha
C	$4 < H/L$	Presiones verticales muy pequeñas (se pueden despreciar)	Cimentaciones de base angosta

### 2.2.15 Análisis Sísmico Tiempo-Historia

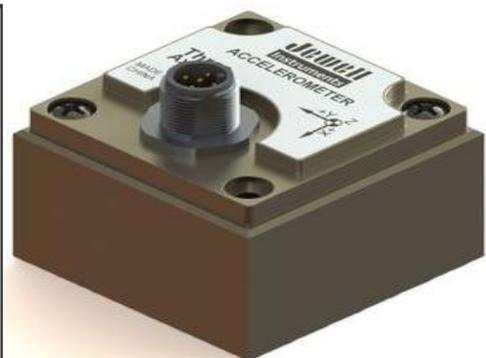
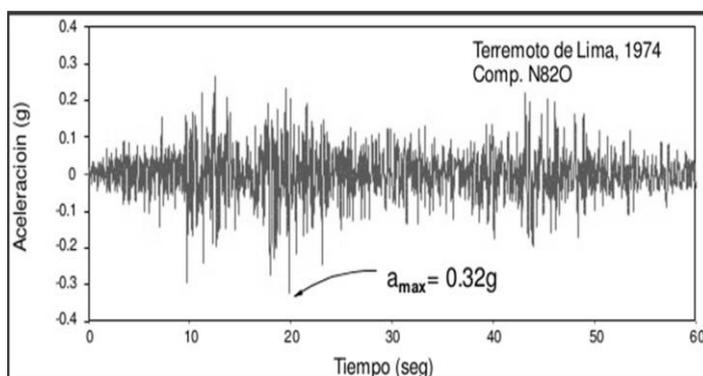
El análisis sísmico de una estructura para hallar las respuestas de estas, puede realizarse por diferentes métodos; algunos de los más conocidos y clásicos son el de las fuerzas estáticas equivalentes, modal espectral y tiempo historia.

El método de tiempo historia se basa en el uso de historias de sismos o registros sísmicos, que pueden ser reales o simulados, lineales o no lineales, y se usan como fuente de excitación al modelo desde la base para conocer sus respuestas (ASCE/SEI 7-10, 2010).

### 2.2.16 Registros Sísmicos

Los registros sísmicos como se conocen, son la historia registrada acerca del movimiento del suelo durante los sismos.

Actualmente los instrumentos utilizados para este fin son los sismómetros basados en acelerómetros digitales, los cuales miden y registran la historia de estos movimientos mediante las aceleraciones por cada intervalo de tiempo (acelerograma si se grafica), en dos direcciones horizontales perpendiculares entre si y una vertical.



**Figura 18.** Ejemplo de registro sísmico y acelerómetro digital.

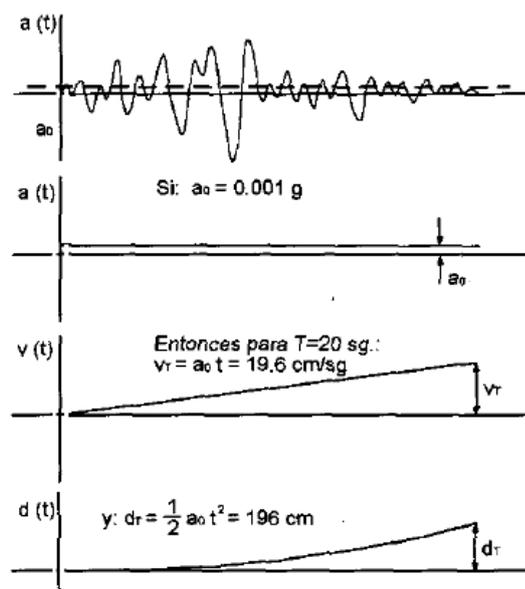
### 2.2.17 Corrección de Registros Sísmicos

Durante la obtención de los registros sísmicos por parte de los diferentes instrumentos utilizados, los registros obtenidos contienen errores de diferente origen los cuales deben ser corregidos antes de ser utilizados.

Los errores y consecuentes correcciones más comunes se presentan a continuación:

#### Corrección de la línea base o corrección de ceros. -

Ocurre cuando los valores del acelerograma están desplazados respecto a la línea cero de aceleración y puede ocurrir porque el acelerómetro no está correctamente nivelado en su ubicación o porque el mismo sistema de registro provoca una deriva de los datos respecto a la línea base; además, este error es casi inapreciable en el gráfico de las aceleraciones vs. tiempo, pero es muy significativo cuando se obtienen las velocidades y desplazamientos producto de la integración directa de las aceleraciones vs. tiempo (Carreño, Bravo, Suarez, & Tordesillas, 1999).



**Figura 19.** Gráfico que muestra efectos de error de línea base al hallar las velocidades y aceleraciones por integración directa (de Carreño, Suarez, Bravo y Tordesillas, 1999).

Para corregir este tipo de error, se adiciona directamente a la gráfica de aceleraciones vs. tiempo, una función de corrección que puede ser constante, lineal o polinómica (generalmente parabólica o de 3er grado).

#### Corrección por ruidos (filtrado). -

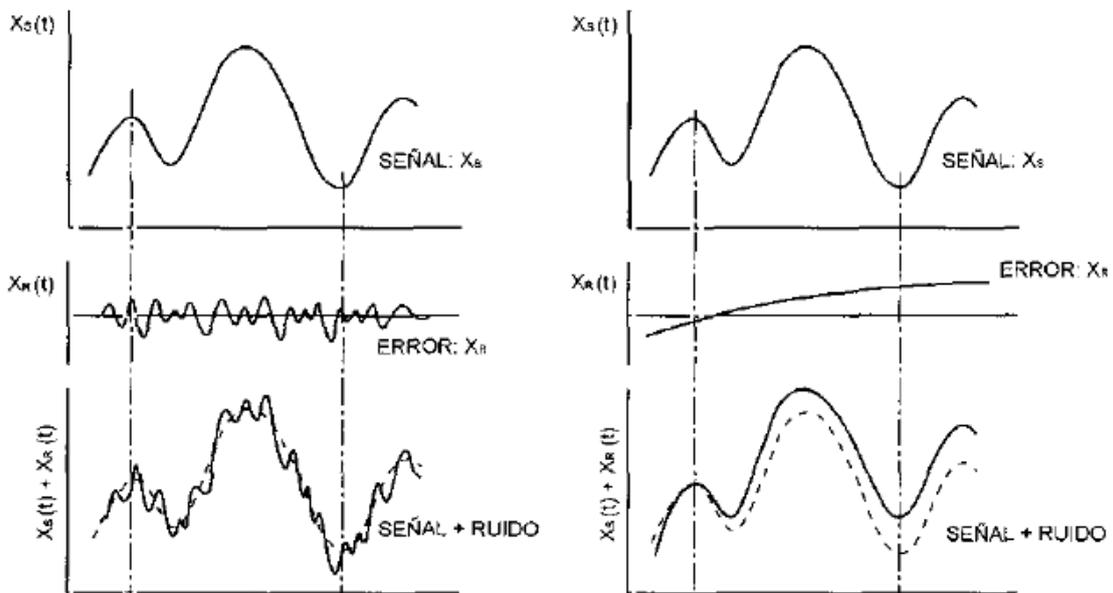
Adicional al error de línea base, existe el producido por los ruidos, que son señales adicionales a las provenientes estrictamente por el sismo registrado; estas pueden tener origen natural o producto del tratamiento de los datos.

Como indica Carreño, Suarez, Bravo y Tordesillas (1999), bajo este concepto refiriéndose a este error, la señal registrada estaría representada de la siguiente forma:

$$a(t) = s(t) + r(t)$$

Donde:  $a(t)$  es la señal registrada (sin filtrar)  
 $s(t)$  es la señal exclusivamente del sismo  
 $r(t)$  es el ruido o señal de error

Estos ruidos pueden ser de alta frecuencia o de baja frecuencia como se indica en la figura siguiente:



**Figura 20.** A la izquierda el efecto de ruido de alta frecuencia; a la derecha el efecto del ruido de baja frecuencia (Hudson como se citó en Carreño, Suarez, Bravo y Tordesillas, 1999).

Para corregir este tipo de error, se transforma la señal del dominio del tiempo al dominio de las frecuencias, por medio de la transformada de Fourier:

$$A(\omega) = S(\omega) + R(\omega)$$

Luego, se le multiplica una función de corrección  $H(\omega)$  de la siguiente forma:

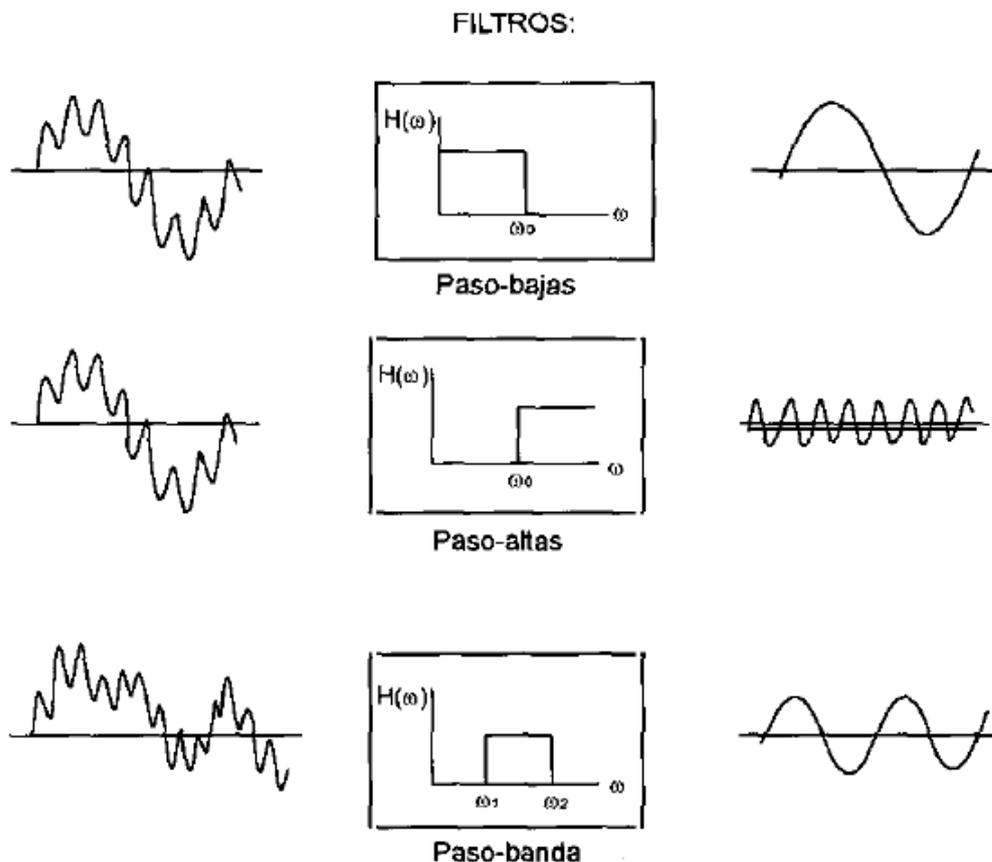
$$H(\omega).A(\omega) = H(\omega).S(\omega) + H(\omega).R(\omega)$$

Y ya que estos filtros se escogen con la condición de eliminar datos con las frecuencias de ruido y dejar prácticamente inalteradas las correspondientes a las frecuencias del sismo, se obtiene:

$$H(\omega).A(\omega) \approx S(\omega)$$

Según se menciona en Carreño, Suarez, Bravo y Tordesillas (1999), los mejores filtros son los definidos por una función escalón como los siguientes:

- Filtro ideal paso-bajas: Elimina todas las frecuencias superiores a una dada  $w_0$  dejando pasar sin atenuación las frecuencias inferiores.
- Filtro ideal paso-altas: Elimina todas las frecuencias inferiores a una dada  $w_0$  dejando pasar sin atenuación las frecuencias superiores.
- Filtro ideal paso-banda: Elimina todas las frecuencias inferiores a una dada  $w_1$  y las superiores a  $w_2$ , dejando pasar sin atenuación las comprendidas entre  $w_1$  y  $w_2$ .



**Figura 21.** Comportamiento de los filtros ideales (Hudson como se citó en Carreño, Suarez, Bravo y Tordesillas, 1999).

Pero, como refieren Carreño, Suarez, Bravo y Tordesillas (1999), estos filtros ideales en la práctica no se pueden utilizar directamente por la longitud infinita de su función de transferencia en el tiempo, por lo que se utilizan otros aproximados como “Ormsby”, “box car”, “Bartlett”, “Hanning”, “Butterworth frecuencial” o filtros gaussianos; pero de todos estos, el más utilizado es el filtro “Ormsby”.

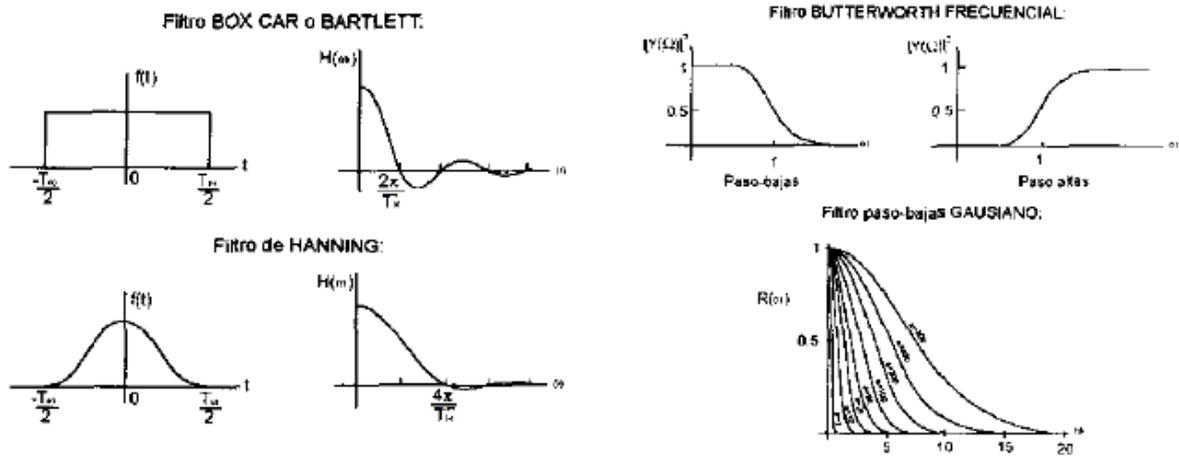


Figura 22. Algunos filtros digitales (de Carreño, Suarez, Bravo y Tordesillas, 1999).

También son posibles algunos otros filtros que demuestren efectividad, como el utilizado por el CISMID, en su informe “GENERACIÓN DE ACELEROGRAMAS SINTÉTICOS PARA LA COSTA DEL PERÚ” (CISMID, 2013), en donde se utiliza un filtro tipo trapezoidal como se muestra en la figura:

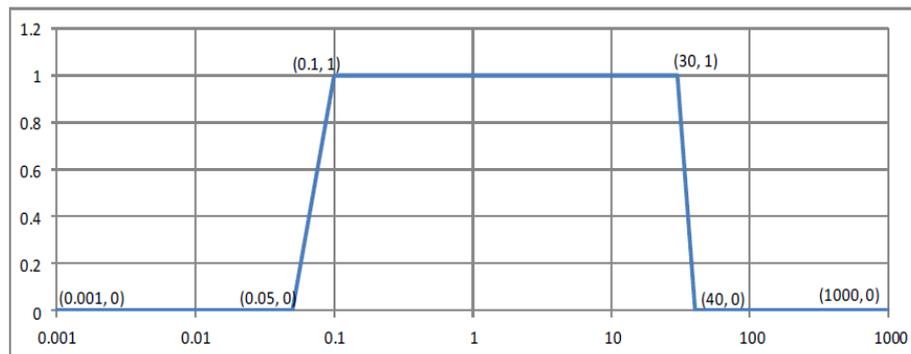


Figura 23. Filtro trapezoidal, rango de frecuencias 0.05-0.1 y 30-40 Hz (de CISMID, 2013).

### 2.2.18 Tratamiento y Escalamiento Normativo de Registros Sísmicos Para Análisis Dinámico Tiempo-Historia

Luego de que un registro sísmico esté corregido y filtrado, es necesario llevarlo a las magnitudes de sitio antes de poder utilizarlo en algún análisis sísmico dinámico de tiempo-historia.

Este requerimiento se traduce normalmente en un escalamiento de incremento del registro sísmico; y obedece a que, para cada estructura a analizar, las condiciones tanto de uso de peligro de zona, de tipo de suelo, entre otros, son particulares para esa estructura y las aceleraciones del registro deben estar acorde a la importancia y exigencias de estas condiciones (SENCICO, 2016).

Las versiones anteriores a la actual norma nacional (E.030, 2016), le dedicaban solo un pequeño espacio para el análisis tiempo-historia, el escalamiento normativo era simplificado a escalar la máxima aceleración del registro sísmico al máximo valor esperado en el sitio (espectro de diseño ZUCS/R).

Actualmente el procedimiento de escalamiento para el uso del registro en un análisis tiempo-historia está dirigido por normativas internacionales como las del instituto de ingeniería estructural del American Society of Civil Engineers (ASCE) y en el Perú por las normas nacionales del Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE) en su sección E.030 vigente 2016, de las cuales se puede extraer los siguientes puntos, los cuales se acompañan de comentarios propios de esta tesis, con el fin de aclarar su interpretación:

- “Para un análisis tiempo historia se usarán un mínimo de tres conjuntos de registros de aceleraciones del terreno, cada uno de los cuales incluirá dos componentes en direcciones ortogonales” (SENCICO, 2016).
- “Cada conjunto de registros de aceleraciones del terreno consistirá en un par de componentes de aceleración horizontal, elegidas y escaladas de eventos individuales” (SENCICO, 2016).

**Comentario:** Cada par debe pertenecer a un sismo diferente.

- “Las historias de aceleración serán obtenidas de eventos cuyas magnitudes, distancia a las fallas, y mecanismos de fuente sean consistentes con el máximo sismo considerado” (SENCICO, 2016).

**Comentario:** Deben guardar relación o ser cercanas a la zona de análisis.

- “Cuando no se cuente con el número requerido de registros apropiados, se podrán usar registros simulados para alcanzar el número total requerido” (SENCICO, 2016).

**Comentario:** Esto se debe hacer siguiendo el procedimiento adecuado para generarlos, generalmente solo en caso de zonas de donde no se tengan registros importantes.

- “Para cada par de componentes horizontales de movimiento del suelo, se construirá un espectro de pseudo aceleraciones tomando la raíz cuadrada de la

suma de los cuadrados (SRSS) de los valores espectrales calculados para cada componente por separado, con 5 % de amortiguamiento” (SENCICO, 2016).

**Comentario:** Es decir, se hace un espectro de pseudo aceleraciones de la resultante vectorial de cada par de registros ortogonales; lo cual es lógico ya que cada componente de estos pares son las componentes ortogonales de un mismo sismo.

- “Ambas componentes se escalarán por un mismo factor, de modo que en el rango de períodos entre  $0,2 T$  y  $1,5 T$  (siendo  $T$  el período fundamental), el promedio de los valores espectrales SRSS obtenidos para los distintos juegos de registros no sea menor que la ordenada correspondiente del espectro de diseño, calculada según el numeral 4.6.2 con  $R = 1$ ” (SENCICO, 2016).

**Comentario:** El espectro de diseño para comparación es el ZUCS ( $R=1$ ). Al referirse al promedio de los valores espectrales SRSS obtenidos, se refiere al promedio de los espectros formados por las resultantes vectoriales de cada par de registros y que, en el rango de  $0.2T$  y  $1.5T$  este promedio no debe ser inferior al espectro de diseño con  $R=1$ , teniendo que multiplicar directamente cada registro sísmico (a todos los datos de aceleración de los registros) por un mismo factor para que esto se cumpla.

Para el análisis dinámico 3D, se deben utilizar ambas componentes de cada par escalado del sismo (el par de registros escalados) al mismo tiempo ya que ambas forman al sismo de excitación.

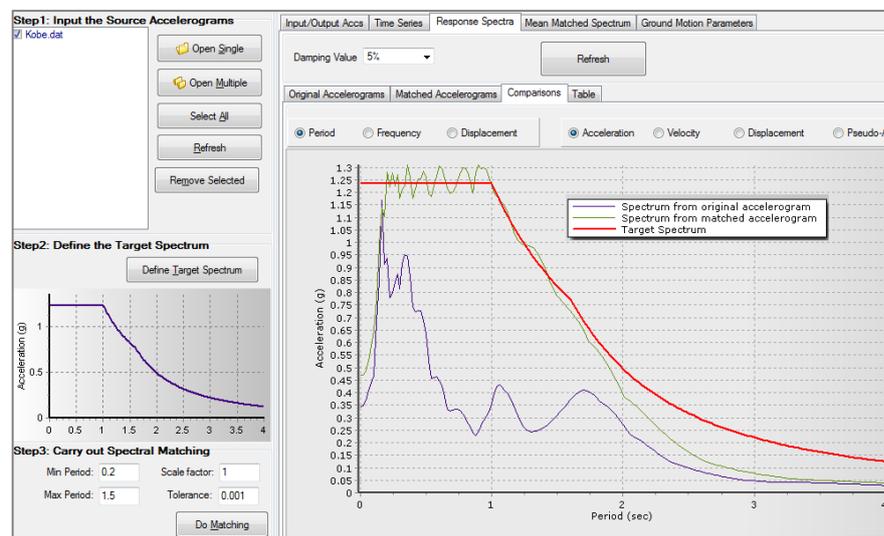
Algo que no menciona el reglamento peruano RNE en su norma técnica E.030 vigente (año 2016), es el procedimiento cuando se hace un análisis 2D y que se menciona y trata en “Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures”, del cual, según la interpretación del capítulo 16 “Seismic Response History Procedures” (ASCE/SEI 7-10, 2010), en caso y cuando se realicen análisis bidimensionales, se realiza el mismo procedimiento presentado anteriormente pero con la salvedad de que los espectros cuyo promedio se ha de comparar con el espectro de diseño para el escalamiento de los registros, sean de cada registro en cada dirección ortogonal horizontal y no de su promedio SRSS (resultante vectorial) de cada par.

Vale la pena ampliar un poco más el comentario respecto al escalamiento normativo de los registros sísmicos, debido a que muchos autores cuestionan si es la forma correcta la de multiplicar y amplificar todos los datos de aceleración de los registros sísmicos por un factor, ya que lo que se busca finalmente es obtener que los espectros

sísmicos de cada registro no estén por debajo del espectro de diseño en el intervalo crítico de interés (0.2T a 1.5T).

Estudios recientes han conseguido que se cumpla esta condición sin tener que multiplicar a todo el registro por un solo factor (lo cual puede generar la sobrestimación significativa de las fuerzas de excitación del suelo), sino que amplifican los registros mediante métodos numéricos basados en algoritmos que logran amplificar el espectro sísmico de cada registro por sobre el de diseño solo en el intervalo crítico de interés (0.2T a 1.5T) con la menor alteración en los datos de los registros sísmicos y casi no variando el espectro en otras zonas.

Algunos de estos algoritmos son los propuestos por Abrahamson en 1992 (Abrahamson & Youngs, 1992), Abrahamson y Rathje (Rathje & Abrahamson, 1998), entre otros; los cuales son usados mediante softwares como “SeismoMatch”.



**Figura 24.** Se muestra el escalamiento de un registro sísmico especialmente en el intervalo solicitado y con la menor variación del registro, por medio de algoritmos.

Sin embargo, aquí también surge el inconveniente observado por investigadores del tema, en las que señalan los siguientes inconvenientes:

“La principal crítica al match espectral es que se generan registros poco realistas, ya que los registros se modifican en forma significativa perdiendo el contenido de frecuencias característico de cada registro, resultando en el mismo contenido de energía para todos los registros.” (Mendo Rodriguez, 2015).

Por lo que en la actualidad el fondo de la mayoría de las normas es el mismo, las respuestas espectrales de los sismos usados no pueden estar por debajo del espectro de sitio en el intervalo de periodos cercanos al principal; sin embargo, la discusión sobre el

método adecuado para escalar los registros sísmicos y conseguir esto sigue en debate (Oyarzo, 2009).

## 2.2.19 Ensayos a Escala Reducida

### 2.2.20 Introducción

La realización de ensayos a escala reducida es una respuesta alternativa a las dificultades en recursos que se presenta en la realización de ensayos a escala real. Sin embargo, los ensayos a modelos físicos a escala reducida tienen la dificultad de poder escalar adecuadamente todas las propiedades de los materiales, más aún en caso de materiales como el suelo que es un material con un comportamiento resistente y deformatorio muy complejo (Turan, Hinchberger, & El Naggar, 2013).

La validez de los resultados de ensayos a escala reducida depende del cumplimiento de algunos principios referentes a los materiales utilizados.

En caso del suelo se tienen teorías muy diversas, una aproximación cercana es cuando se considera al suelo como un material homogéneo y elástico; en consecuencia, el establecer las consideraciones adecuadas para escalar un modelo, las fuerzas o excitaciones hacia el modelo e interpretar correctamente los datos obtenidos, van a depender de algunos conceptos como el tipo de excitaciones a inducir, el tipo de estructura a considerar, el tipo de material del modelo, el tipo de respuestas que se quieren medir (Turan, Hinchberger, & El Naggar, 2013).

Para la consideración más básica en el que se consideren modelos elásticos pueden tener las siguientes consideraciones:

$S_E =$  Factor de escala de material (perfectamente elástico y homogéneo  $S_E = 1$ )

$S_l =$  Factor de escala de forma o geométrico

Cantidad	Dimensión	Factor de escala
Longitud (L)	$L$	$S_l$
Área (A)	$L^2$	$S_l^2$
Volumen (V)	$L^3$	$S_l^3$
Inercia (I)	$L^4$	$S_l^4$
Módulo de Elasticidad (E)	$FL^{-2}$	$S_E = 1$
Rigidez por Flexión (K)	$FL^{-1}$ (viene de: $\frac{EI}{L^3}$ )	$S_E \times S_l = S_l$
Tiempo (T)	$T$	$S_l^{1/2}$

En la tabla superior se muestran datos obtenidos de estudios e investigaciones de las siguientes fuentes:

“Structural Modeling and Experimental Techniques” (Harris & Sabnis, 1999).

“Numerical and Experimental Investigations on Seismic Response of Building Frames under Influence of Soil-Structure Interaction” (Reza Tabatabaiefar, Behzad Fatahi, & Bijan Samali, 2014). Las cuales contienen más datos para relacionar y comprenden aspectos mucho más extensos y específicos para cada tipo de material, sin embargo, para una primera aproximación a los resultados, los extraídos en la tabla superior son los más significativos para el objetivo de este trabajo.

### 2.2.21 Método de Escalamiento por el Método del Escalamiento del Tiempo

En este método se quiere reducir la escala de los movimientos (desplazamientos) sísmicos por medio del escalamiento del tiempo del registro sísmico, sin afectar los valores de aceleraciones. Lo cual se consigue recordando el concepto de que el desplazamiento se puede obtener de una dobles integración de la aceleración por cada intervalo de tiempo (Irfan Baig, 2003).

Entonces por ejemplo, si se quiere tener escalados los desplazamientos (de la base) de un registro sísmico para un ensayo a una escala de  $c_X$  (esta puede ser 1/2, 1/4, 1/10, etc.), se debe aplicar un factor  $c_t = \sqrt{c_X}$  al intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

Esto se puede demostrar por medio de la integración directa desde los datos de aceleración vs. tiempo del registro sísmico a escalar:

Se sabe:  $\Delta t \times \Delta a = \Delta V$ ,  $\Delta t \times \Delta V = \Delta X$  y  $\Delta t^2 \times \Delta a = \Delta X$

$$(c_t \times \Delta t)(\Delta a) = \Delta V_{esc}$$

$$(c_t \times \Delta t)(\Delta V_{esc}) = \Delta X_{esc}$$

$$(c_t \times \Delta t)^2(\Delta a) = \Delta X_{esca}$$

$$c_X \times \Delta X = \Delta X_{esc}$$

$$c_X \times (\Delta t^2 \times \Delta a) = \Delta X_{esc}$$

$$\therefore c_t^2 \times \Delta t^2 \times \Delta a = c_X \times \Delta t^2 \times \Delta a$$

De donde:

$$c_t^2 = c_X \Leftrightarrow c_t = \sqrt{c_X}$$

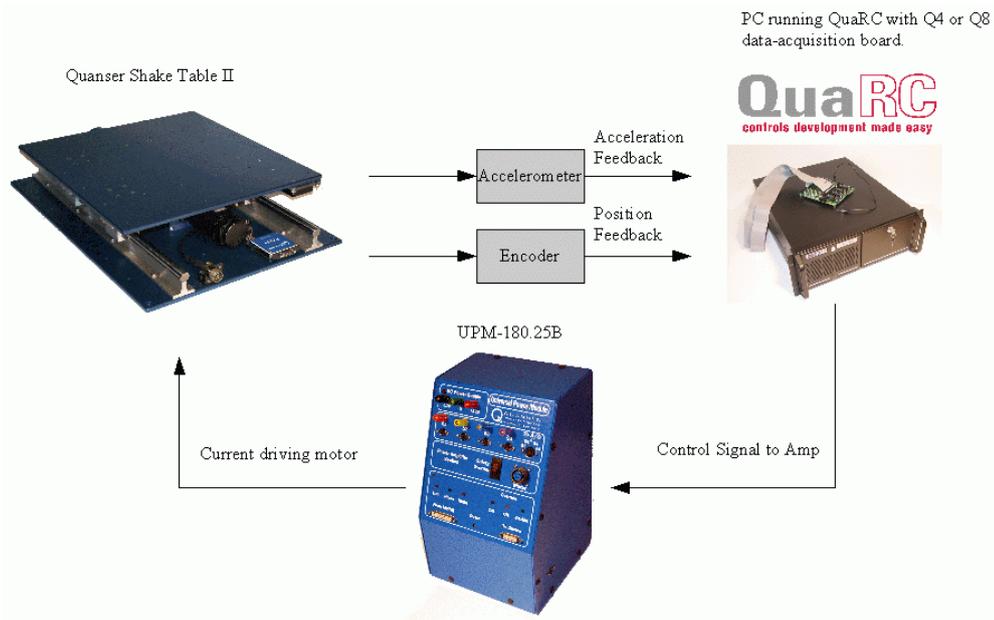
Una vez aplicado este escalamiento y corrido el sismo escalado, se debe tener lectura de las aceleraciones con acelerómetros, los cuales registraran la respuesta afectada por este escalamiento.

Para interpretar estos datos y poder compararlos con los realizados en ensayos equivalentes a escala real 1/1, es necesario que a estos datos registrados por los acelerómetros se le devuelva a su verdadera magnitud (escala real 1/1), aplicando la inversa de la escala al intervalo de tiempo  $\Delta t$  de lectura del acelerómetro para incrementar el intervalo en la misma proporción con la que fue reducida, lo cual devolverá la magnitud de las respuestas para una comparación a escala real 1/1 (Irfan Baig, 2003).

### 2.2.22 Shake Table II y la UCIST

Básicamente la *Shake Table II* (STII) es una mesa vibratoria a escala, cuya función es simular sismo a escala reducida, sobre modelos a escala reducida.

Este tipo de mesa vibratoria particularmente fue desarrollada por *University Consortium on Instructional Shake Tables* (UCIST) e implementado por la empresa *Quanser* para la enseñanza a nivel superior de dinámica estructural, aislamiento sísmico, entre otros tópicos relativos a los sismos (QUANSER, 2011).



**Figura 25.** Esquema sintetizado de los principales componentes del sistema STII.

Se puede distinguir entre la Shake Table II (mesa vibratoria) propiamente dicha, el cual es el equipo físico de ejecución de las vibraciones y el sistema Shake Table II, el cual tiene los siguientes componentes principales:

- Mesa vibratoria Shake Table II (de la empresa Quanser)
- UPM (Universal power module)
- The Q8 extended terminal board

- The Q8 data acquisition board
- PC (personal computer)

Además de los conectores correspondientes.

En forma simplificada el sistema STII trabaja con señales producidas en una PC, las cuales son transferidas por medio de la tarjeta de adquisición Q8 y la tarjeta de extensión de esta, hacia la mesa vibratoria STII y hacia la UPM; a esta última para ordenar el envío controlado de energía hacia el motor que moverá la STII (QUANSER, 2011).

El software principal con el que trabaja el sistema STII es el Matlab, el cual es particularmente requerido por su aplicación de control en tiempo real llamado Simulink.

Las características técnicas para su uso son las siguientes:

#### Capacidad de Carga

Posee una capacidad de carga bruta de 15kg (como máximo), moviéndola a 2.5g ( $g = 9.81\text{m/s}^2$ ). Sin embargo, debido a que la plataforma y sus componentes (enumerada con el número 1 en la figura siguiente) que se mueven sobre los rieles y sirve para colocar el modelo a ensayar, pesa cerca de 7.5kg, la carga neta o útil para movilizar a 2.5g es solo de 7.5kg (QUANSER, 2011).

Esto quiere decir que, el motor de la STII puede manejar una fuerza total de  $15 \times 2.5g = 37.5\text{kgf}$ ; por lo que, en caso se debe movilizar cargas útiles adicionales superiores a 7.5kg, se podría realizar siempre que la aceleración máxima aplicada sea menor a 2.5g, específicamente que el producto de, esta carga más el peso de la plataforma superior, por la aceleración máxima aplicada sea menor a 37.5kgf.

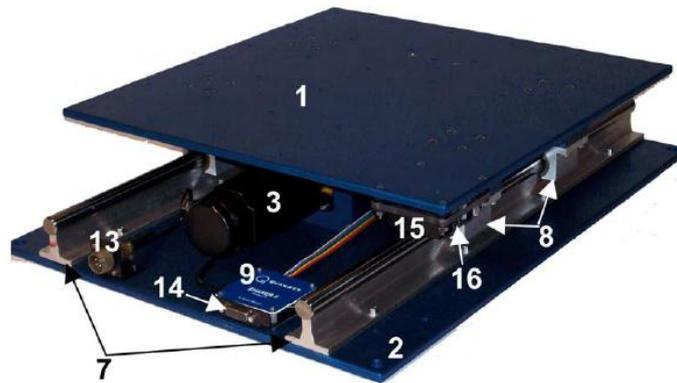
Ejemplo: Carga útil de modelo a movilizar: 9kg

$$(9 + 7.5) \times X = 37.5$$

$$X = 2.27g$$

Lo cual quiere decir que la aceleración máxima a la cual puede movilizar la STII a este modelo no debe ser mayor a 2.27g.

Sin embargo, por las experiencias tenidas durante la realización de este trabajo, por seguridad del equipo, es mejor estar por debajo del 90% estas aceleraciones máximas.



**Figura 26.** Se muestran los principales componentes de la STII.

### Capacidad de desplazamiento

La capacidad máxima de desplazamiento que tiene el equipo es de 3 pulgadas o 7.62cm a cada lado desde su posición neutra central.

Esta capacidad máxima obedece a las limitaciones de desplazamiento del tambor sin fin que utiliza el motor para transmitir movimiento a la plataforma de movimiento, y a los topes físicos especificados para esta plataforma (QUANSER, 2011).

Para mayor seguridad, la mesa vibratoria STII tiene incorporado sensores de movimiento, 2 en los extremos, los cuales alertan y detienen la ejecución del movimiento cuando se llega a los límites permitidos y 1 en el centro neutro el cual confirma cuando la plataforma está calibrada a la posición de inicio (home) (QUANSER, 2011).

### Formato de lectura de datos

Los movimientos que puede reproducir el sistema STII son diversos, estas se clasifican en (QUANSER, 2011):

- Sine Wave (onda seno)
- Sine Sweep (onda seno de amplitud constante y frecuencia variable en aumento)
- Make quake (construcción de sismo a escala)

Remitiéndonos al más utilizado, Make quake, este funciona construyendo una trayectoria de movimiento de la plataforma, de un archivo de datos de aceleraciones (en unidades g), cantidad de datos y el intervalo de tiempo a la que fueron tomadas (QUANSER, 2011).

```

1_SISMO_ICA_15-08-2007_(E-W).txt: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
JAPAN-PERU CENTER FOR EARTHQUAKE ENGINEERING RESEARCH AND DISASTER MITIGATION (CISMID)
ICA 15/08/07 18:40:58, Dirección de Hidrografía y Navegación Lima, 000, 7.0 ML (CAL001)
ACCELERATION TIME HISTORY IN UNITS OF G
NPTS= 21807, DT= 0.0050 SEC
2.333333E-06 1.453333E-05 4.166667E-05 7.060000E-05 7.153333E-05
2.280000E-05 -6.406667E-05 -1.418667E-04 -1.560667E-04 -8.700000E-05
3.306667E-05 1.389333E-04 1.639333E-04 7.373333E-05 -1.002000E-04
-2.648667E-04 -3.220667E-04 -2.323333E-04 -4.220000E-05 1.392000E-04
2.052000E-04 1.189333E-04 -6.273333E-05 -2.206000E-04 -2.425333E-04
-9.926667E-05 1.274000E-04 2.976000E-04 3.052000E-04 1.439333E-04
-8.873333E-05 -2.536667E-04 -2.621333E-04 -1.277333E-04 5.360000E-05
1.692000E-04 1.587333E-04 4.693333E-05 -8.166667E-05 -1.460667E-04
-1.203333E-04 -4.080000E-05 2.813333E-05 4.366667E-05 1.273333E-05
-2.300000E-05 -3.040000E-05 -8.466667E-06 2.440000E-05 5.100000E-05

```

**Figura 27.** Formato de lectura de datos usado por la programación en Matlab de la STII.

Parte del trabajo por parte de software, es el siguiente (QUANSER, 2011):

- Leer y asimilar los datos brindados, generando una matriz Tiempo (s) Vs. Aceleraciones (g).
- Aplicar un algoritmo de filtrado y corrección de línea base de la señal (este algoritmo particularmente usa función cuadrática) correspondiente a los datos, y de escalamiento a los datos con el formato indicado.

Esta parte del procedimiento es sumamente importante y necesario, debido a las evidentes limitaciones que posee la STII respecto a los desplazamientos.

Para esto, entonces el algoritmo escalará todo el registro de datos que ingresamos, tomando como límite en desplazamiento máximo indicado en los datos de desplazamiento de la STII (máximo 7.62 cm); para lo cual lo que se hace es **escalar el tiempo**, con el fin de tener prácticamente las mismas aceleraciones en la plataforma de desplazamiento que las entregadas en el formato de datos.

Para esto, la relación entre la escala de desplazamiento máximo  $K_x$  (real/escalado) y la escala del tiempo  $K_t$  (real/escalado) están en relación cuadrática:  $K_x = (K_t)^2$ . Esto se puede demostrar si se aplica un factor  $K_t$  al intervalo de tiempo y se obtienen los desplazamientos por medio de la integración directa desde los datos de aceleración vs. tiempo:

$$(K_t \times \Delta t)(\Delta a) = \Delta V e$$

$$(K_t \times \Delta t)(\Delta V) = \Delta X e; \quad (K_t \times \Delta t)^2(\Delta a) = \Delta X e = K_x \times \Delta X$$

De donde:  $K_t^2 = K_x$

- Luego de esto, envía esta señal modificada a la STII en ordenes de desplazamiento, verificando y ajustando el movimiento mecánico para cumplir con esta señal, mediante la lectura de las aceleraciones en la base (por medio de un

acelerómetro instalado en la plataforma móvil) y comparándola con la señal enviada.

- Esta escala de desplazamientos entonces, para el caso de sismos, corresponderá con la escala longitudinal del modelo escalado.

Es conveniente acotar las siguientes fuentes de información técnica respecto a la STII y su correcto entendimiento de funcionamiento:

Mucha de esta información corresponde al manual de la STII, parte del cual se puede encontrar en la web de Quanser: <https://www.quanser.com/>

También puede revisarse el manual de aplicación de escalamiento de la STII “Small-Scale Shake Table Experiments And Comparison To Analytical Predictions” (Shonkwiler & Miller, 2001), en la web de la UCIST: <http://ucist.cive.wustl.edu/>

También se hace recomendación sobre algunos trabajos de investigación de evaluación de estos equipos respecto a su implementación en la incursión como apoyo a la enseñanza universitaria, como “Instructional Shake Table For Demonstrations in Structural Dynamics” (Irfan Baig, 2003).

Se tiene adicionalmente, algunos primeras investigaciones en Perú con el uso de la Shake Table II y con el uso del método numérico alternativo de Duhamel, como “Evaluación del desempeño dinámico de estructuras mixtas de bambú estructural y concreto armado mediante ensayos a escala con un simulador de aceleraciones sísmicas” (Puma Alvarez, 2014).

### **2.3 DEFINICION DE TERMINOS BASICOS**

**Interacción Suelo-Estructura.** – Efecto el cual modifica los movimientos del terreno debido a la presencia de la cimentación de la estructura.

**Cimentación.** – Parte de la estructura que sirve para transmitir el peso de la estructura al terreno natural.

**Bloques.** – Unidad edificatoria independiente, con continuidad de piso y de movimiento.

**Junta Sísmica.** – Separación corta que permite la independencia dinámica entre dos elementos o estructuras adyacentes, de tal forma que el movimiento de uno se produce de manera independiente del otro (Diccionario de Arquitectura y Construcción, 2017).

**Ensayos a escala.** – Procedimiento de prueba en condiciones de magnitudes modificadas cuantitativamente (aumentadas o reducidas) respecto a las magnitudes en la realidad original y que produce resultados.

**Simulador Sísmico.** – También conocido como mesa vibratoria o sísmica, es un aparato que reproduce movimientos sísmicos y sirve para someter modelos de prueba ante los sismos generados.

**Elementos Finitos.** – Llamado método de elementos finitos (MEF) es un método numérico general para hallar soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales parciales, generalmente muy complejas, y es herramienta matemática fundamental utilizado en la ingeniería y la física.

## **CAPITULO 3: HIPOTESIS**

### **3.1 FORMULACION DE HIPOTESIS**

#### **3.1.1 Hipótesis General**

La interacción suelo-estructura producida durante los sismos puede generar efectos desfavorables en las estructuras con cimentaciones compartidas por bloques independizados con junta sísmica.

#### **3.1.2 Hipótesis Secundarias**

Hipótesis secundaria 1

La aplicación de modelos matemáticos simplificados puede permitir la obtención aproximada de estos efectos.

Hipótesis secundaria 2

La indagación de otras investigaciones y las mediciones de ensayos a escala del modelo en su condición empotrada y sobre un suelo blando, permitirán determinar la forma de influencia del suelo en los efectos de la interacción suelo estructura.

Hipótesis secundaria 3

La aplicación de los fundamentos teóricos, así como el seguimiento de manuales y guías de uso del simulador sísmico, en ensayos sísmicos a escala reducida, permitirán conocer las consideraciones a tener en estos ensayos.

### **3.2 VARIABLES**

VARIABLE DE CAUSA O INDEPENDIENTE:

La interacción suelo-estructura producida durante los sismos

SUBVARIABLES O ASPECTOS

- Características del sismo

INDICADOR: Registro sísmico

- Características del suelo

INDICADORES: Módulo de Elasticidad, clasificación de suelo, relación de Poisson.

- Características de la cimentación

INDICADORES: Empotramiento, dimensiones, rigidez.

- Características sísmicas de la estructura

INDICADORES: Dimensiones, Peso por piso, Amortiguamiento, Rigidez por piso, Periodos naturales.

**VARIABLE DEPENDIENTE:**

Efectos desfavorables en las cimentaciones compartidas por bloques independizados con junta sísmica.

**SUBVARIABLES O ASPECTOS**

- Registro de respuesta por piso

INDICADORES: Aceleraciones, Velocidad, Desplazamiento.

- Fuerzas en la estructura

INDICADORES: Fuerza cortante por piso, Momentos en cimentación principal.

- Respuesta en la base

INDICADORES: Aceleraciones vs. tiempo

**3.3 OPERALIZACION DE VARIABLES**

<b>Hipótesis principal</b>			
<b>Variables</b>	<b>Aspectos (definición operacional)</b>	<b>Indicador</b>	<b>Unidad</b>
La interacción suelo-estructura producida durante los sismos	Características del sismo	Registro sísmico	g vs. s
	Características del suelo	Clasificación SUCS	s/u
		Módulo elástico	ton/m <sup>2</sup>
		Relación de Poisson	s/u
		Empotrada o no	s/u
	Características de la cimentación	Rigidez	Ton/m
		Dimensiones	m
		Rigidez por piso	ton/m <sup>2</sup>
	Características sísmicas de la estructura	Periodo natural	s
		amortiguamiento	s/u
		Dimensiones	m
		peso por piso	ton
Aceleraciones vs. t		g vs. s	
Efectos desfavorables en las estructuras con cimentaciones compartidas por bloques independizados con junta sísmica	Registro de respuesta por piso	Velocidades vs. t	m/s vs. s
		Desplazamientos vs. t	cm vs. s
		Momentos cimenta	tonf-m
	Fuerzas en la estructura	Cortantes por piso	tonf
		Respuestas en la base	Aceleración vs. t

## **CAPITULO 4: METODO**

### **4.1 DISEÑO DE LA INVESTIGACION**

El diseño de la investigación, corresponde a una investigación clasificada dentro del tipo mixto y está dentro de la subclasificación *Diseño Exploratorio Secuencial* (DEXPLOS) en la modalidad Derivativa (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010, pág. 564).

El cual usa las bondades de la metodología cuantitativa y de la cualitativa de forma complementaria.

En su calidad de investigación exploratoria secuencial y derivativa, se desarrollará primero unos trabajos teóricos y cualitativos los cuales servirán para realizar los experimentos donde se tomarán resultados cuantitativos principalmente.

### **4.2 MATERIAL**

#### **4.2.1 Unidad de Estudio**

La unidad de estudio conceptual para este trabajo es un modelo compuesto por dos edificios, uno de tres pisos y otro de dos pisos, los cuales están unidos por una cimentación superficial (zapata) que comparten, pero separados en los niveles superiores por una junta sísmica, los cuales se someten a movimientos sísmicos al mismo tiempo en casos en que la base (cimentación) está empotrada y en que la cimentación posee interacción con el suelo.

#### **4.2.2 Población**

La población conceptual de estudio fueron las edificaciones de medidas y proporciones convencionales en el Perú, separados entre sí mediante junta sísmica y compartiendo una misma cimentación superficial en el lado de la junta, sometidas a movimientos sísmicos.

#### **4.2.3 Muestra**

Como muestra conceptual del estudio se tuvo a un modelo de edificación cuya estructura correspondiera a un diseño sismorresistente aporticado, para el suelo se eligió un caso con una base rígida y empotrada, y otro con características de suelo

arcilloso; para el movimiento sísmico se eligió tres sismos, el de Ica 15/08/2007, el de Lima 17/10/1966 y el de Lima 03/10/1974.

Criterios de inclusión:

- Para el tipo de estructura, un diseño que presente mayores deformaciones ante los sismos, lo cual es de especial interés para mejorar las mediciones proyectadas.
- Para los modelos de suelo, un caso completamente rígido que permita tener una base de comparación al evaluar el comportamiento de las estructuras tal como se conceptualiza idealmente (base empotrada), y otro caso el cual represente un suelo flexible y permita una mayor notoriedad en el efecto de interacción suelo y estructura.
- Para los sismos, mínimo tres sismos (solicitado por las normas para análisis tiempo historia), los cuales sean de mayor magnitud en Lima y sus alrededores.

## **4.3 METODOS**

### **4.3.1 Técnicas e Instrumentos y/o Fuentes de Recolección de Datos**

Respecto a los métodos y técnicas, se utiliza principalmente el análisis, la experimentación y la medición.

Los instrumentos para la recolección de los datos son los siguientes:

- Acelerómetros y equipo Shake Table II de Quanser.
- Software de análisis y diseño estructural Etabs
- Hojas de Excel y rutinas programadas en Visual Basic
- Cámara filmadora de alta resolución
- Software para corrección y filtrado de registros sísmicos Seismo Signal
- Software A Tube Catcher para grabación de eventos en monitor

### **4.3.2 Validación de los Instrumentos por Juicio de Expertos**

Los acelerómetros y equipo Shake Table II de la empresa Quanser es un equipo de trabajo para generación y lectura de movimientos sísmicos a escala reducida. Este equipo está normalizado por la UCIST (the University Consortium on Instructional Shake Tables), ente internacional regulador de mesas vibratorias computarizadas con sede en EE.UU.

El software de análisis y diseño estructural Etabs es mundialmente reconocido para el análisis numérico por elementos finitos y matriciales, con el cual se puede realizar análisis tiempo historia, pertenece a la empresa CSI.

El Excel y la programación en Visual Basic son herramientas usadas desde hace muchos años, por su practicidad para poder realizar análisis de mediana complejidad, pertenece al paquete Office de la empresa Windows.

La cámara filmadora de alta resolución es de la empresa Sony y la calidad de sus grabaciones está avalada por esta misma empresa.

El software Seismo Signal es un software utilizado para la corrección y filtrado de los datos salientes de una medición de los acelerómetros, avalado por la empresa SeismoSoft de Italia y por investigadores especialistas en temas sísmicos.

El software A Tube Catcher es un software de uso común para grabar procesos ocurridos en la pantalla de la computadora, usado de forma masiva, se encuentra en versiones libres en la web.

#### **4.3.3 Técnicas de Procesamiento de Datos**

En los ensayos a escala reducida, los datos obtenidos por los acelerómetros, serán sometidos a los algoritmos de corrección de base tipo lineal o parabólica y de filtro de tipo Butterworth por medio del software Seismo Signal; para luego aplicar el proceso de escalamiento a escala real.

Además de ser filmados todos los ensayos (incluyendo los de calibración) durante su realización.

En los procedimientos analíticos, los datos salen en desplazamientos, se aplicará un proceso de integración y derivación para obtención de desplazamientos, velocidades y aceleraciones. Además de registrar el procesamiento analítico paso a paso donde se muestra la interacción en las cimentaciones.

En el procedimiento con software por elementos finitos, se hará un depurado y ordenamiento simple de los datos obtenidos exportándolas en tablas y gráficos de Excel.

#### **4.3.4 Técnicas de Análisis e Interpretación de la Información**

Antes de interpretar los datos del experimento físico correspondiente al ensayo a escala, y darlos por válidos, se verificará datos obtenidos de las grabaciones del monitor de los procedimientos realizados por el software del equipo Shake Table II

respecto a las señales enviadas versus los obtenidos de la señal enviada, la cual es medida por el acelerómetro de la plataforma de base del equipo Shake Table II.

Para la interpretación de la información se usará la triangulación de información, de los tres tipos de experimentos realizados al grupo en estudio.

Se generarán tablas y gráficos comparativos entre los datos obtenidos de cada experimentación y agrupados según el tipo de indicador al cual hacen referencia.

Correlacionar los datos de las filmaciones con los de los análisis gráficos de software, verificando correlación entre ambos procesos.

Se realizará un análisis comparativo especial de los resultados obtenidos en las condiciones del modelo con base rígida y de interacción suelo-estructura, para los tres experimentos realizados.

## **CAPITULO 5: CASOS DE APLICACIÓN**

### **5.1 DESCRIPCION DE CASOS**

El modelo conceptual de estudio es el de dos edificios de 2 y 3 pisos de tipo cortante y aporticado separados mediante una junta sísmica y que comparten una misma cimentación en la zona de la junta sísmica.

Este caso de estudio se divide a su vez en tres casos experimentales los cuales se complementan entre sí en un trabajo de investigación mixto (como ya se explicó en el diseño de la investigación), que combina parte experimental pura con parte de desarrollo teórico de forma secuencial y derivativa. Estos tres casos experimentales son los siguientes:

- Caso experimental 1, ensayo a escala reducida
- Caso experimental 2, experimento analítico
- Caso experimental 3, experimento con software de elementos finitos

Previamente, para llevar a cabo estos experimentos, es necesario desarrollar una primera etapa que estudie y trate sobre los registros sísmicos y sus implicancias para poder hacer uso de ellos, ya que son los principales datos de alimentación o ingreso para todos los experimentos.

### **5.2 EVALUACION DE LOS CASOS**

#### **5.2.1 Registros Sísmicos a Usar**

##### **5.2.1.1 Obtención de Registros Sísmicos del REDACIS (CISMID)**

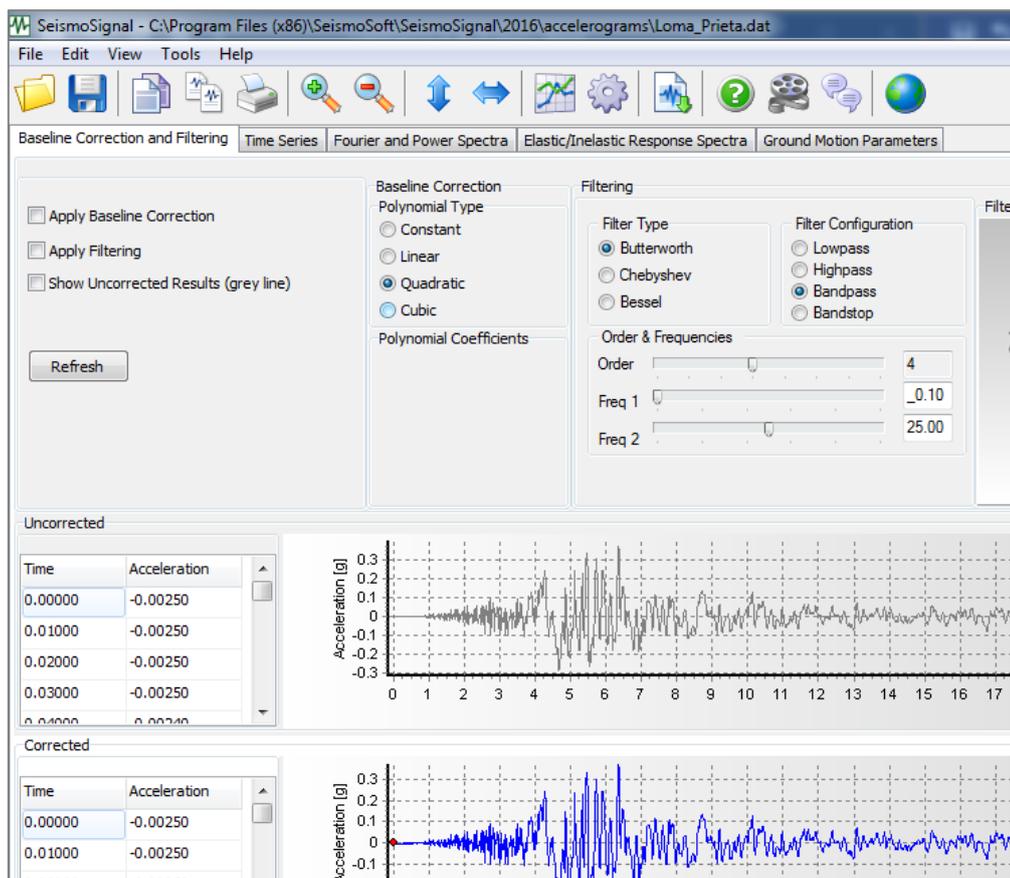
Para este trabajo de investigación, por medio de las fuentes de investigación desarrolladas en los antecedentes, se llegó a la conclusión de que una fuente confiable y de fácil acceso público, es la que ofrece el Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres (CISMID) en su base de datos de la Red Acelerográfica (REDACIS).

De donde se permite descargar los archivos del sismo ubicado según la fecha de ocurrencia y la estación de donde se captó la señal.

Hay que hacer notar de que estos registros sísmicos, como la propia web lo señala entre paréntesis, no está filtrados, es decir que pueden contener los errores de base y todos los otros tratados en la parte de corrección de registros sísmicos, en el marco teórico; por lo que será necesario la corrección de estos registros antes de su aplicación directa, lo cual se especifica la forma en la siguiente parte.

### 5.2.1.2 Corrección y Filtrado de Registros Sísmicos por medio de Software Seismo Signal

Para la corrección de base y filtrado se utilizará en este trabajo el software Seismo Signal, el cual es explicado en la información del marco teórico.



**Figura 28.** Interface del software seísmo signal para corrección de registro sísmico.

El cual ofrece una serie de opciones para corregir y filtrar un registro sísmico. Para nuestro caso se recomienda usar una corrección de línea base tipo parabólica o polinomio de segundo grado, o en su defecto lineal; la parabólica ya que es la misma corrección que realiza internamente el equipo Shake Table II a los registros que se le ingresa (solo a los que se ingresa, no a los que salen, estos salen sin filtrar ni corregir). Para el filtro, en concordancia con lo estudiado en la teoría de filtros y correcciones,

uno de los filtros que se adapta a las frecuencias de la mayoría de sismos es la Butterworth.

### 5.2.1.3 Escalamiento Normativo

Para este trabajo se seguirán los procedimientos acorde con la teoría y normativa de los códigos E.030 y ASCE, estudiados en los capítulos previos sobre escalamiento normativo (no tiene nada que ver con un ensayo a escala), se desarrollan tablas en Excel con rutinas en lenguaje Visual Basic Applications (VBA), que permitan generar los espectros de respuesta de cada registro sísmico y con su comparación con el espectro de diseño de sitio, escalar los registros sísmicos hacia las condiciones de sitio de acuerdo a las normativas E030 y ASCE.

NOTA: Es preciso advertir que antes de escalar normativamente estos sismos, es recomendable corregirlo previamente.

En este proceso se puede incluir la verificación de los sismos a usar, los cuales son seleccionados según el siguiente esquema:

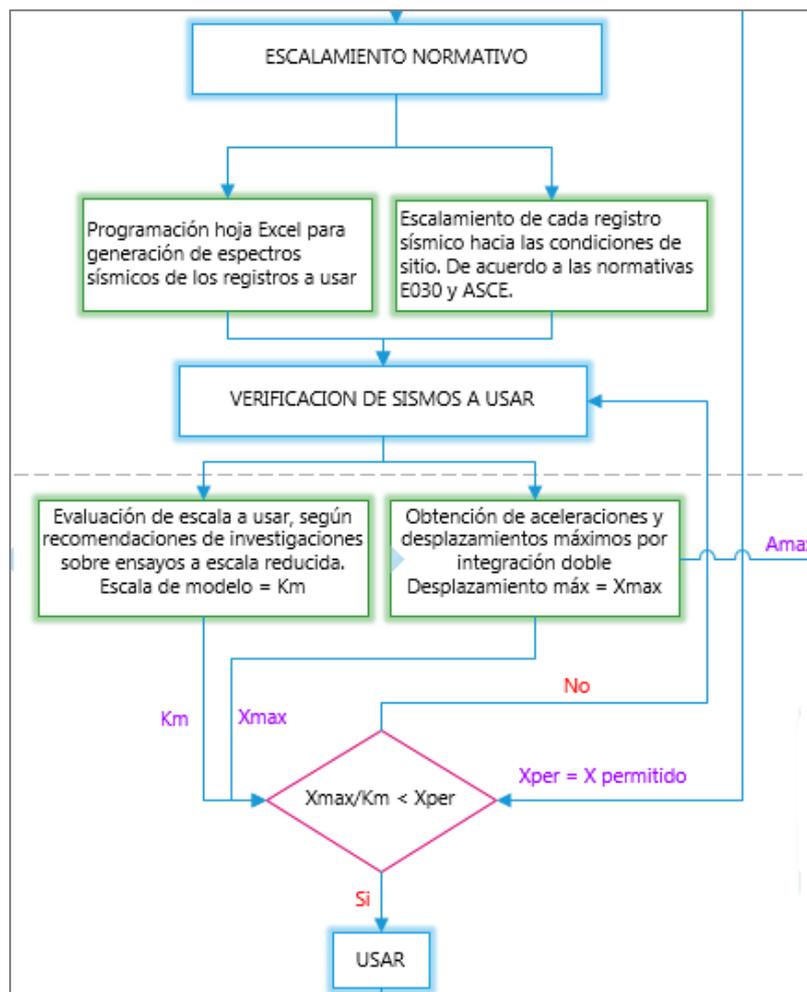


Figura 29. Diagrama de procedimientos para selección de registros sísmicos a usar.

Donde, ya que uno de los propósitos es utilizar estos registros en el experimento a escala reducida, se consulta la información pertinente a las limitaciones del equipo Shake Table II, ya que en los otros dos experimentos las limitaciones no gobiernan. De la teoría tratada en los capítulos anteriores sobre la Shake Table II, se sabe que este equipo puede manejar un rango de desplazamientos de 7.5cm (3") hacia cada lado de su posición neutral, por lo que el o los factores de escalamiento del modelo a escala "Km" deben otorgar un sismo con desplazamiento menores al máximo permitido "Xper"=7.5cm.

Para esto también, se toman recomendaciones de factores geométricos para modelos a escala de edificaciones, algunas recomendaciones encontradas:

Type of Structure	Elastic Models	Strength Models
Shell roof	$\frac{1}{200}$ to $\frac{1}{50}$	$\frac{1}{30}$ to $\frac{1}{10}$
Highway bridge	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{20}$ to $\frac{1}{4}$
Reactor vessel	$\frac{1}{100}$ to $\frac{1}{50}$	$\frac{1}{20}$ to $\frac{1}{4}$
Beam/slab structures	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{10}$ to $\frac{1}{4}$
Dams	$\frac{1}{400}$	$\frac{1}{75}$
Wind effects	$\frac{1}{300}$ to $\frac{1}{50}$	Not applicable

**Figura 30.** Se muestran las principales escalas recomendadas (Harris & Sabnis, 1999).

De las cuales se rescata la de Beam/slab que puede ser aplicable al modelo aporticado usado, sin embargo, se sabe que mientras más cercano el tamaño escalado al tamaño real, son menores los errores cometidos, por lo que se vio admisible una escala de 1/15, el cual aplicado a los valores de desplazamiento de nuestros sismos (como se verá más adelante), otorga desplazamientos < 7.5cm.

Los sismos usados para el proceso de escalamiento son los siguientes:

- 1) SISMO DE ICA 15/08/2007, componente dirección E-W
- 2) SISMO DE ICA 15/08/2007, componente dirección N-S
- 3) SISMO DE LIMA 17/10/1966, componente dirección E-W
- 4) SISMO DE LIMA 17/10/1966, componente dirección N-S
- 5) SISMO DE LIMA 03/10/1974, componente dirección E-W
- 6) SISMO DE LIMA 03/10/1974, componente dirección N-S

Como se mencionó, se extraen del REDACIS en el siguiente formato:

```

PRQ_19741109075954.txt: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
NATIONAL UNIVERSITY OF ENGINEERING
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
JAPAN-PERU CENTER FOR EARTHQUAKE ENGINEERING RESEARCH AND DISASTER MITIGATION (CISMID)
TUPAC AMARU AVENUE 1150 - LIMA 25 - PERU Postal Code 31-250 Lima 31
Telephone Numbers (51-1) 482-0777, 482-0790 FAX 481-0170
e-mail: f_lazares@uni.edu.pe http://www.cismid-uni.org

1. INFORMATION ABOUT THE SEISMIC STATION
STATION NAME      : Parque de la Reserva
STATION CODE      : PRQ
STATION LOCATION  : Parque de la Reserva, Cercado de Lima, Lima
LATITUDE          : -12.07
LONGITUDE         : -77.04
ALTITUDE (m)     : 130
ACCELEROMETER MODEL : Acelerógrafo Analógico
SAMPLING FREQUENCY (Hz) : 50

2. INFORMATION ABOUT THE EARTHQUAKE
DATE              : November 09, 1974
ORIGIN TIME (Local) : 07:59:54
LATITUDE         : -12.52
LONGITUDE        : -77.59
DEPTH (km)       : 12.80
MAGNITUDE        : 6.0 mb
INFORMATION SOURCE : IGP

3. INFORMATION ABOUT THE RECORD
RECORD TIME (Local) : 07:59:54
NUMBER OF SAMPLES   : 2391
MAXIMUM ACCELERATION : 46.28 -69.96 48.10
DATA UNITS          : cm/s2

4. COMMENTS
BASELINE CORRECTED. TRAPEZOIDAL BANDPASS FILTERED.

5. ACCELERATION DATA
      T           EW           NS           UD
0.0000 -5.7801 -1.3493 0.6868
0.0200 -1.6801 0.2107 -4.8432
0.0400 -0.5901 -3.2193 -2.1332
0.0600 2.4099 -2.7593 0.3268
0.0800 2.0299 -2.1393 -3.1432

```

Figura 31. Se muestra el formato de exportación de los registros de la web del CISMID.

Recordemos que según las normas E030 y ASCE, se debe utilizar como mínimo 3 conjuntos (par de registros en cada dirección de un mismo sismo medidos desde la misma estación) de registros sísmicos para un análisis tiempo historia).

Donde  $\Delta t$  = intervalo de tiempo usado entre dato y dato, ya que no todos los registros fueron tomados con equipos de la misma precisión.

El valor “C” es en este caso el factor de amplificación de todos los registros sísmicos usados, el cual se debe obtener en este proceso.

En el siguiente paso se hace uso del **Método de integración directa alternativo a la integral de Duhamel**, para un edificio de un solo nivel y usando cada dato de las aceleraciones del suelo (registro sísmico), tomadas en cierto intervalo de tiempo  $\Delta t$ , con un amortiguamiento  $\varepsilon$  (en este caso de escalamiento fue el reglamentario  $\varepsilon = 0.05$ ) y una frecuencia cíclica  $\omega$  impuesta para la estructura de un nivel.

Max =	47.92	RUN SPECTRUM				
Min =	-16.37				a max =	0.089
Max (abs) =	47.92	80.33	1107.67		T =	4
			C	E	$\Delta t$	w
		6	6.54	0.05	0.02	1.57
TIEMPO	REGISTRO SISMICO			REGISTRO RESPUESTA		
t	Xs (cm)	Vs (cm/s)	As (cm/s <sup>2</sup> )	x (cm)	v (cm/s)	a (g)
0	0	0	-45.5527	0.000	0.000	0.000
0.02	0.0012	0.1150	57.0551	-0.002	0.115	0.000
0.04	0.0159	1.3611	67.5500	0.012	1.359	0.000
0.06	0.0518	2.2245	18.7950	0.050	2.215	0.000
0.08	0.0939	1.9858	-42.6701	0.093	1.966	0.001
0.1	0.1255	1.1731	-38.5991	0.124	1.143	0.000
0.12	0.1462	0.8980	11.0927	0.143	0.858	0.000
0.14	0.1663	1.1155	10.6507	0.162	1.065	0.001

Figura 32. Hoja Excel para procesamiento de registros y generación de espectros con rutina VBA que cambia periodos y hoja Excel genera aceleraciones máximas.

El procesamiento de estos datos mediante este método dará un registro en el tiempo de las aceleraciones, velocidades y desplazamientos de respuesta para un  $\omega_1$  que está representado por un  $T_1$  (igual a 0 o cercano a este para empezar); de este registro nos interesa el máximo valor de aceleración para este primer periodo ( $T_1$ ), el cual se acumulará en otra tabla; seguidamente se realizará el mismo procedimiento pero para un valor  $\omega_2$  representado por un correspondiente  $T_2$  (un valor creciente respecto al anterior, 0.02 en nuestro caso) de cuyo registro de respuesta de aceleraciones se extraerá el máximo valor y se acumulará en la fila siguiente al anterior, y así se procesa hasta un valor de  $T_n$  apropiado ( $T_n = 4s$  para nuestro caso). Este proceso se realiza para cada registro, el acumulado obtenido de cada uno corresponde al **Espectro de respuesta** de cada registro sísmico

ESPECTROS DE RESPUESTA						
	1	2	3	4	5	6
	a max (g)					
T (s)	(E-W)	(N-S)	(E-W)	(N-S)	(E-W)	(N-S)
0.00	0.104	0.089	0.179	0.273	0.194	0.173
0.02	0.105	0.089	0.179	0.273	0.194	0.173
0.04	0.115	0.102	0.179	0.273	0.194	0.173
0.06	0.114	0.094	0.299	0.439	0.258	0.179
0.08	0.116	0.093	0.611	0.770	0.372	0.306
0.10	0.101	0.098	0.520	0.897	0.471	0.382
0.12	0.116	0.106	0.590	0.891	0.579	0.420
0.14	0.119	0.139	0.444	0.729	0.405	0.408

Figura 33. Aceleraciones máximas (sin escalar) por sismo y para cada periodo (T).

Obtenidos los espectros de respuesta, se procede a la aplicación de las normativas E030 (Perú) y ASCE (Internacional), las cuales se explicaron ya en capítulos anteriores “*Tratamiento y Escalamiento Normativo de Registros Sísmicos Para Análisis Dinámico Tiempo-Historia*”, y que en resumen requieren formar un espectro promedio con todos estos (para análisis en 2D se toma promedio directo de todos los espectros obtenidos, para análisis 3D se obtiene antes la suma vectorial o promedio cuadrático de cada par de registros de las dos direcciones ortogonales de un sismo) y compararlo con el espectro de diseño (con  $R=1$ ) para llevarlo (escalarlo) a las condiciones de sitio, con la condición que, los valores del promedio de estos espectros sísmicos no deben ser inferiores al espectro de diseño mencionado, en el intervalo  $0.2T$  a  $1.5T$ , donde  $T$  es el periodo principal de la estructura final a analizar.

Para este caso, los datos para el espectro de diseño (ZUCS/R) son:

Z =	0.45	Ro =	1	Tp =	0.6
U =	1	la =	1	TL =	2
S =	1.05	lp =	1		
		R =	1		

Periodo principal “T” esperado de escala real obtenido con software:  $T = 1.10$

Algunos datos del espectro de sitio ZUCS/R y el promedio que se requiere escalar, se ven en la siguiente tabla:

$0.2T_1 < T < 1.5T_1$	ZUCS/R	PROM
0.22	1.181	0.368
0.24	1.181	0.394
0.26	1.181	0.318
0.28	1.181	0.342
0.30	1.181	0.382
0.32	1.181	0.386

Los gráficos de resumen donde aparecen el espectro de diseño de comparación, junto al promedio y al de cada registro no escalado y reglamentariamente escalado respectivamente en el intervalo correspondiente se muestra a continuación:

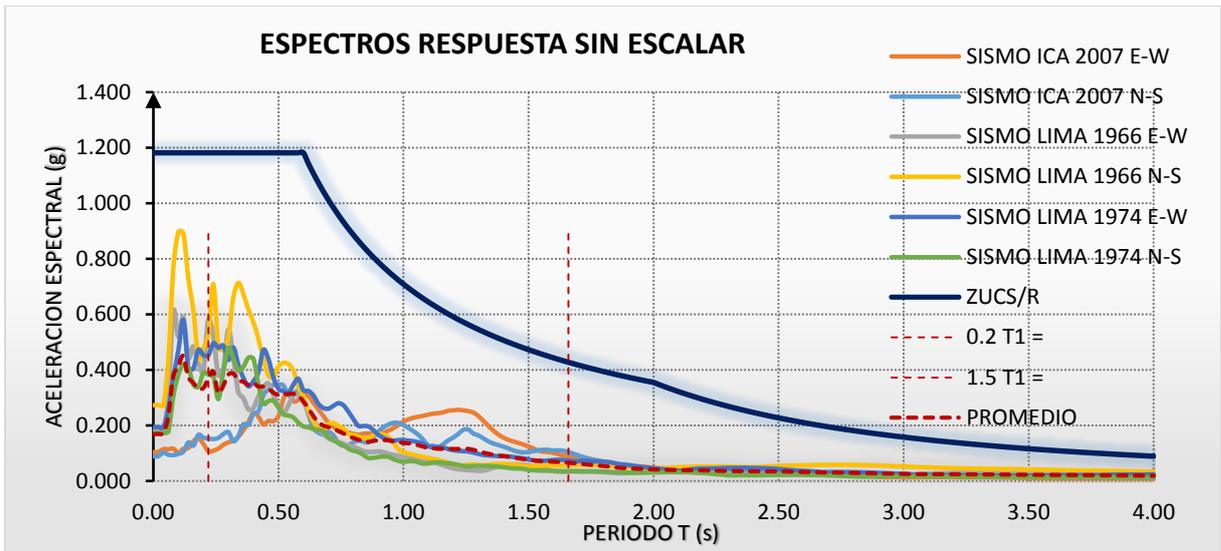


Figura 34. Espectros de respuesta sin escalar respecto al espectro de diseño con R=1.

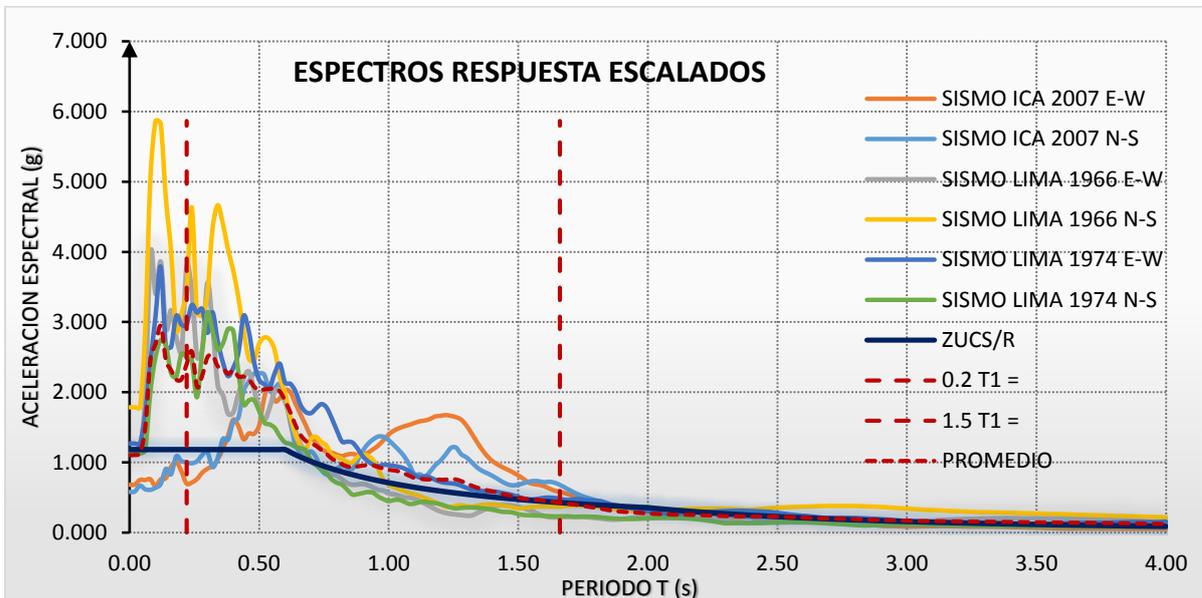


Figura 35. Espectros de respuesta escalados respecto al espectro de diseño con R=1.

Donde se aprecia que, en el intervalo especificado y limitado por dos líneas rojas verticales, el promedio de los espectros obtenidos se escaló hasta que ningún valor esté por debajo del espectro de diseño de sitio.

Luego de esto, se aplica el factor de escalamiento normativo obtenido, directamente a los registros sísmicos evaluados, en este caso el factor obtenido fue 6.54.

Algunos de los datos de los registros sísmicos escalados normativamente se muestran a continuación:

	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
	1	2	3	4	5	6	
	a max (g)						
T (s)	(E-W)	(N-S)	(E-W)	(N-S)	(E-W)	(N-S)	PROM

0.00	0.681	0.579	1.169	1.784	1.268	1.128	1.102
0.02	0.685	0.584	1.169	1.785	1.269	1.129	1.103
0.04	0.750	0.669	1.169	1.784	1.269	1.128	1.128
0.06	0.748	0.617	1.952	2.867	1.687	1.170	1.507
0.08	0.760	0.609	3.996	5.032	2.428	2.001	2.471
0.10	0.663	0.638	3.397	5.864	3.078	2.500	2.690
0.12	0.759	0.690	3.856	5.825	3.787	2.743	2.943
0.14	0.775	0.908	2.904	4.765	2.650	2.668	2.445
0.16	0.938	0.829	3.168	4.011	2.642	2.269	2.310
0.18	1.006	1.086	2.776	2.886	3.086	2.217	2.176
0.20	0.873	1.019	2.581	3.123	2.961	2.545	2.183

**Figura 36.** Valores espectrales de respuesta escalados.

## 5.2.2 Caso Experimental 1, Ensayo a Escala Reducida

Este caso experimental se basa en la construcción y ensayo de un modelo a escala reducida, el cual represente aproximadamente al modelo conceptual planteado inicialmente. Este será ensayado en un equipo simulador de aceleraciones sísmicas a escala reducida estandarizado Shake Table II, sometiénolo a los registros sísmicos escogidos y procesados previamente para este fin.

Dentro de este ensayo se tiene dos tipos, uno que será el ensayo en suelo rígido, que es básicamente el empotramiento directo de la cimentación de la estructura a la base móvil de la Shake Table II y otro que involucra la creación de una base contenedora de una cantidad de suelo, la cual se asegurará a la base móvil del equipo y sobre este suelo se apoyará la cimentación de la estructura, permitiendo una interacción entre el suelo y la cimentación.

### 5.2.2.1 Indagación Sobre Funcionamiento Equipo y Sistema Shake Table II

Es necesario conocer las compatibilidades, funciones y limitaciones de este equipo, para asegurar que los registros, el modelo a escala, la base contenedora del suelo, la obtención e interpretación de resultados, entre otros, que se pretendan con la Shake Table II sean compatibles.

Para esto se hace referencia a los conceptos descritos sobre la Shake Table II en los capítulos anteriores, y se utilizará el siguiente esquema de desarrollo del experimento:

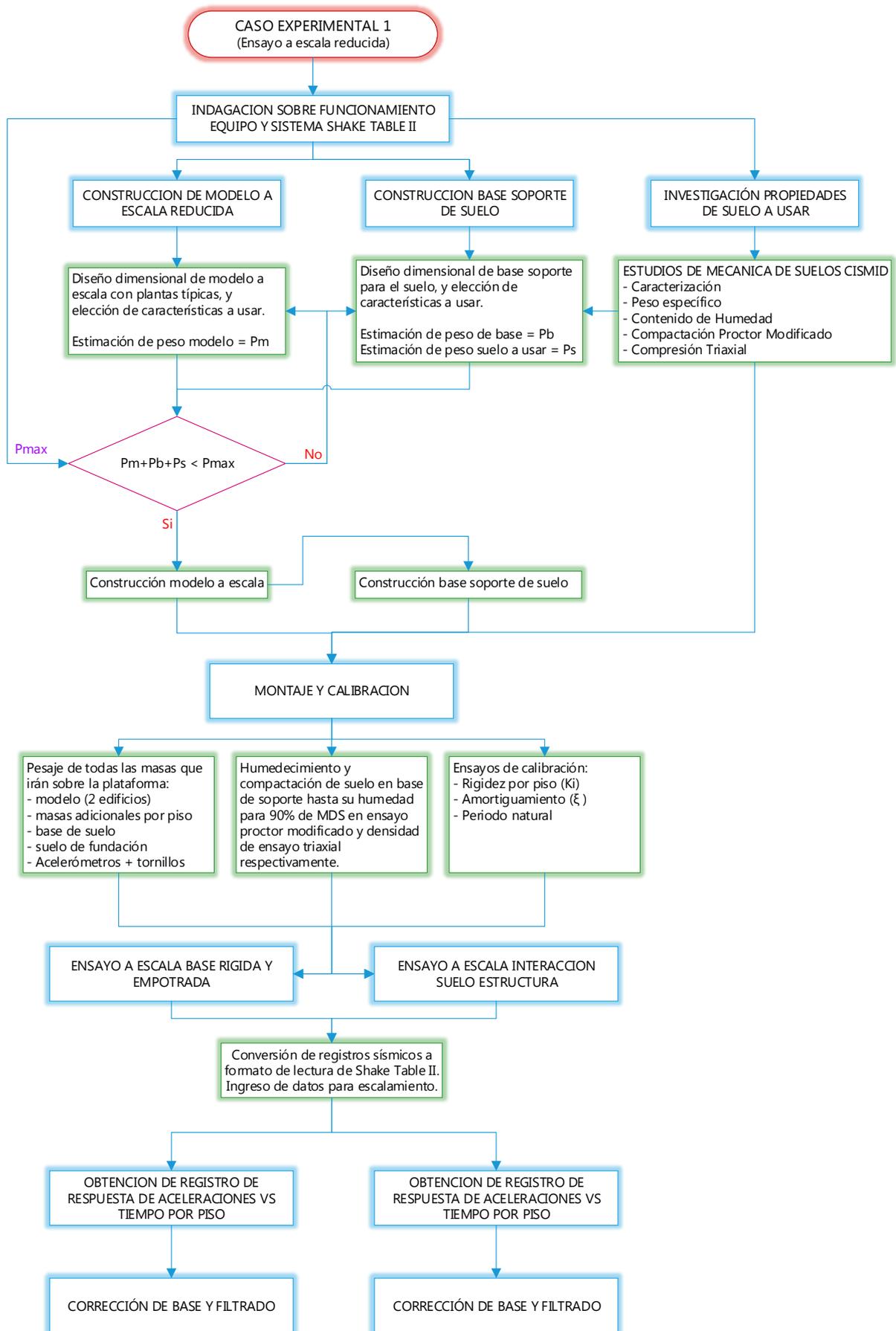
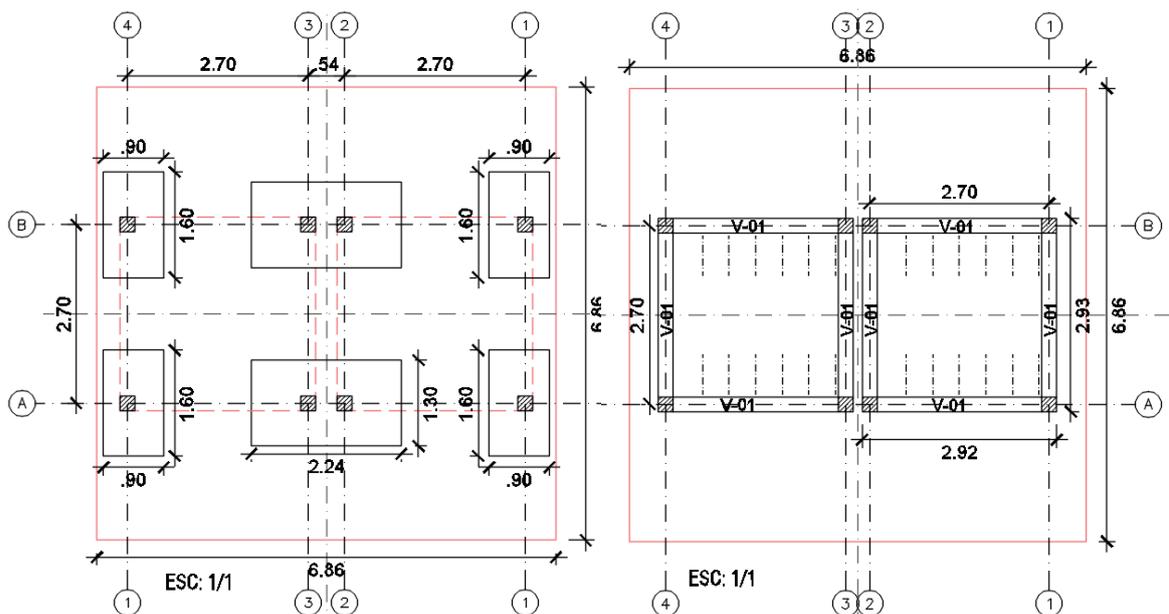


Figura 37. Diagrama de procedimientos para realización de experimento a escala reducida.

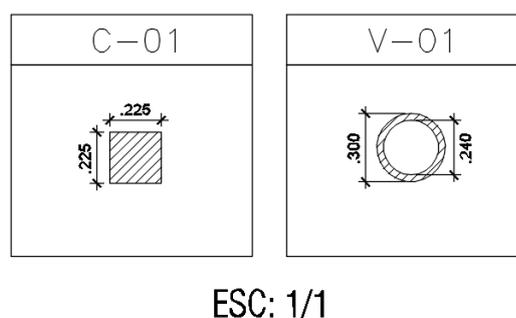
### 5.2.2.2 Construcción de Modelo a Escala Reducida y Base Contenedora de Cimentación

Para este caso, como ya se hizo mención, la escala de reducción elegida fue 1/15, el sistema estructural usado para el modelo es aporticado, que consta de dos edificios, uno de 3 niveles y otro de 2. El material de los elementos principales (vigas, columnas, losa y cimentación) en este caso fue la madera balsa, debido a la facilidad de trabajo con este y el bajo peso que representa en comparación con el concreto armado, tomando en cuenta la limitación de peso versus aceleración máxima que puede manejar la Shake Table II. El sistema de concreto armado además fue descartado debido a la complejidad del armado del refuerzo a pequeña escala.

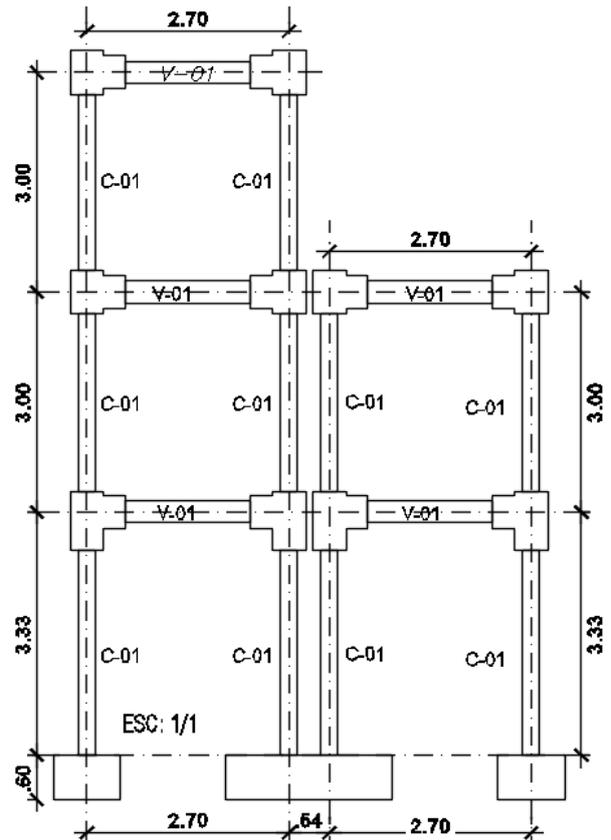


**Figura 38.** A la izquierda plano cimentaciones, a la derecha plano de vigas en piso típico; todas las medidas están a escala real 1/1, para modelo físico a escala reducida se debe aplicar la escala correspondiente.

Plano en planta de cimentaciones escala real que representa, unidades en metros. El cuadrado de borde representa las dimensiones de la plataforma para verificar su cabida.



**Figura 39.** Cuadro de columna y viga.



**Figura 40.** A la izquierda imagen de modelo a escala físico, a la derecha plano de elevación de análisis.

Elevación principal donde se aprecian los dos edificios separados por una junta sísmica y unidos en la base por medio de una cimentación. Escala real que representa y unidades en metros. Se entiende que, para efectos de la construcción del modelo a escala, las medidas de estos planos deben ser escalados (divididos) por el factor de escala elegido, en este caso 15. A continuación, se muestran la imagen del modelo terminado.



**Figura 41.** Imagen de base rígida contenedora del suelo.

Descripción técnica componentes del modelo a escala.

Propiedades Materiales:

- Madera balsa: Columnas C-01, zapatas, losas, arriostres en cruz.  
 $\gamma = 250 \text{ kgf/m}^3$   
 $E = 26800 \text{ kgf/cm}^2$
- PVC: Uniones viga-columna, vigas V-01  
 $\gamma = 1400 \text{ kgf/m}^3$   
 $E = 28100 \text{ kgf/cm}^2$
- Silicona: relleno de uniones
- Cola para madera: unión columna-zapata

Elementos:

- Columnas de 1.5x1.5cm
- Zapatas de 4cm de peralte
- Arriostres de 1x1cm
- Losa espesor = 1cm
- Vigas de sección tubo PVC 1/2",  $\varnothing$  exterior = 2cm, espesor = 2mm
- Uniones T PVC 1/2",  $\varnothing$  exterior = 3cm, espesor = 2mm

Pesos:

Elemento	Peso unitario (g)	Cantidad	Subtotal
Acelerómetro + tornillos	104	2	208
Modelo a escala	3041	1	3041
Base contenedora de cimentación	2252.5	1	2252.5
Losetas (sobrecarga)	352.4	5	1762

### 5.2.2.3 Investigación de Propiedades de Suelo a Usar

Para este ensayo se buscó un suelo de tipo flexible, para lo cual se contó con material donado por el laboratorio de la empresa JBO Ingenieros SAC, el cual se llevó al laboratorio de mecánica de suelos del CISMID para realizar los siguientes ensayos:

- Caracterizaciones físicas
- Compactación por proctor modificado
- Compresión triaxial

Del ensayo de caracterizaciones físicas, se obtuvo la clasificación de este material, el cual fue:

AASHTO: A-4 (6)

SUCS: CL (Arcilla delgada con arena)

Lo cual confirma la elección de este como suelo flexible.

Del ensayo de Proctor modificado, se obtuvo los siguientes resultados:

OCH: 13.5%

MDS: 1.902g/cm<sup>3</sup>

Visto que este material es de una muestra alterada, proveniente de la ciudad de Pucallpa-Ucayali; se adoptó que, para trabajar con este material como el suelo de fundación en los ensayos a escala, este se encuentre densificado aproximadamente al 90% de su máxima densidad seca, y utilizándose la humedad correspondiente a este valor en la primera parte de la curva de compactación del ensayo de Proctor modificado.

Como se vio, en los capítulos de teoría sobre asentamientos elásticos bajo cimentaciones superficiales, de la cual se hará uso para los experimentos analíticos y por medio de software, es requerido el peso específico del material (densidad), el módulo de elasticidad equivalente del suelo y la relación de Poisson.

Para el peso específico (densidad) del material ya se tiene preestablecido (aproximadamente 90% de MDS), la humedad será la correspondiente para este porcentaje, y el módulo de elasticidad será el obtenido del ensayo triaxial del suelo a estas condiciones.

Del ensayo de compresión triaxial se extrajo lo siguiente:

Humedad de muestra: 13.5%

Densidad seca: 1.68 g/cm<sup>3</sup>

Probetas: Ø = 5cm, altura = 10.1cm

Cohesión (C) = 0.36kg/cm<sup>2</sup>

$\phi = 32^\circ$

Capacidad de carga admisible por corte:

**METODO DE TERZAGHI** (Con factores de capacidad de Vesic)

ZAPATA

DATOS DE  
DISEÑO

B =	1.00	m
Fs =	3.00	
Df =	0.6	m

FACTORES DE CAPACIDAD DE CARGA

Nc =	35.49
Nq =	23.18
N $\gamma$ =	30.21

DATOS DE EMS

$\gamma =$	1700.00	kg/m <sup>3</sup>
$c =$	0.36	kg/cm <sup>2</sup>
$\phi =$	32.00	°

RESULTADOS OBTENIDOS

$q =$	0.17	kg/cm <sup>2</sup>
$q_u =$	22.60	kg/cm <sup>2</sup>
$q_{neto} =$	22.43	kg/cm <sup>2</sup>
$q_{adm} =$	6.98	kg/cm <sup>2</sup>

Para Zapatas:  $q_u = 1.3 \times c \times N_c + q \times N_q + 0.4 \times \gamma \times B \times N_\gamma$

$q = \gamma \times D_f$

$q_{neto} = q_u - q$

$q_{adm} = \frac{q_{neto}}{FS}$

**LEYENDA**

- B = Long. Mayor en cimiento corrido
- FS = Factor de seguridad
- Df = Profundidad de cimentación
- $\gamma$  = Peso específico
- c = Cohesión
- $\phi$  = Ángulo de fricción interna
- q = Esfuerzo efectivo al nivel Df de profundidad
- $q_u$  = Esfuerzo último de cimentación
- q neto = Capacidad de carga última neta
- q adm = Capacidad de carga admisible total

Se debe acotar de que estos resultados que indican una alta capacidad de carga admisible ante una falla por corte, está ligada a la cohesión que particularmente posee este material. Sin embargo, para su uso en ingeniería, una de sus desventajas mecánicas es su flexibilidad y cambios volumétricos con la humedad, por sus mayores asentamientos (asentamientos elásticos por menores valores del módulo elástico y asentamientos por consolidación) a comparación de suelos rígidos.

Datos del ensayo triaxial deformación vs. esfuerzo:

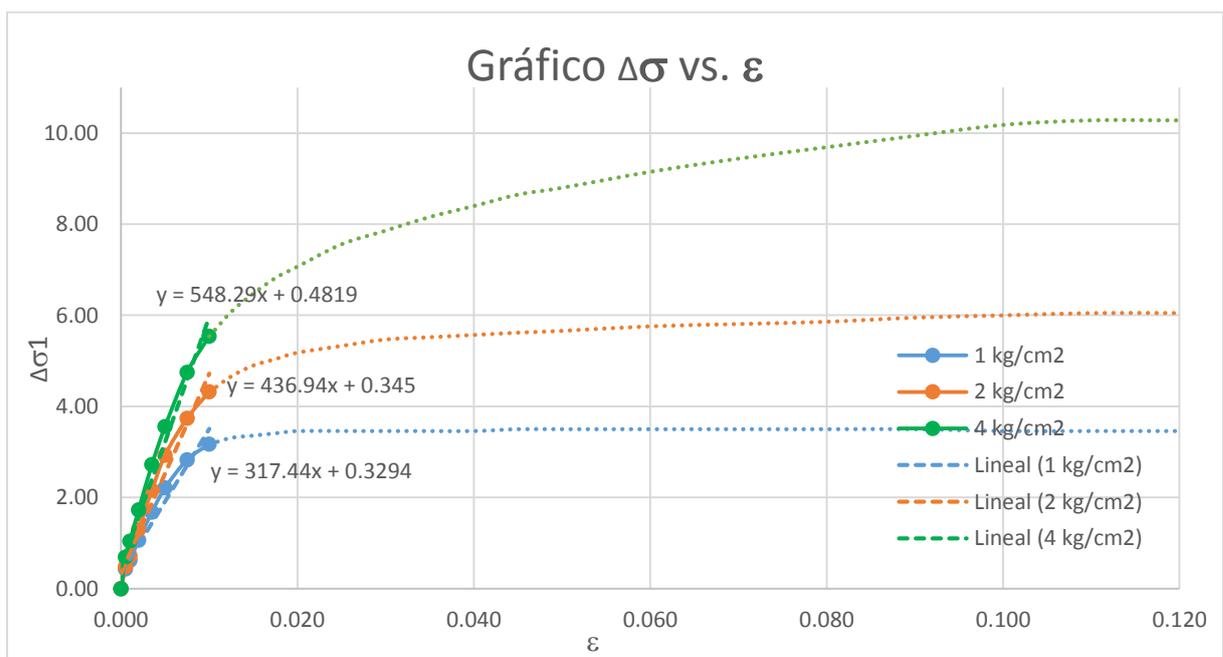
(kg/cm <sup>2</sup> )	(kg/cm <sup>2</sup> )	(kg/cm <sup>2</sup> )
$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\sigma_3$
1.00	2.00	4.00

N°	(%)	(cm)	(kg/cm <sup>2</sup> )	(kg/cm <sup>2</sup> )	(kg/cm <sup>2</sup> )
	$\epsilon\%$	$\epsilon$	$\Delta\sigma_1$	$\Delta\sigma_1$	$\Delta\sigma_1$
1	0.00	0.0000	0.00	0.00	0.00
2	0.05	0.0005	0.43	0.48	0.69
3	0.10	0.0010	0.62	0.72	1.04
4	0.20	0.0020	1.06	1.30	1.73
5	0.35	0.0035	1.68	2.16	2.72
6	0.50	0.0050	2.21	2.93	3.56
7	0.75	0.0075	2.83	3.74	4.75
8	1.00	0.0100	3.17	4.32	5.54
9	1.25	0.0125	3.31	4.66	6.08
10	1.50	0.0150	3.36	4.90	6.48
11	1.75	0.0175	3.41	5.04	6.82
12	2.00	0.0200	3.46	5.18	7.07

13	2.50	0.0250	3.46	5.33	7.56
14	3.00	0.0300	3.46	5.47	7.86
15	3.50	0.0350	3.46	5.52	8.16
16	4.00	0.0400	3.46	5.57	8.40
17	4.50	0.0450	3.50	5.62	8.65
18	5.00	0.0500	3.50	5.66	8.80
19	6.00	0.0600	3.50	5.76	9.15
20	7.00	0.0700	3.50	5.81	9.44
21	8.00	0.0800	3.50	5.86	9.69
22	9.00	0.0900	3.50	5.95	9.94
23	10.00	0.1000	3.46	6.00	10.18
24	11.00	0.1100	3.46	6.05	10.28
25	12.00	0.1200	3.46	6.05	10.28

De donde se puede observar que para el ensayo se han tomado 3 probetas, cada una sometida a una presión lateral inicial de 1, 2 y 4 kg/cm<sup>2</sup>.

Las recomendaciones de investigaciones tales como “Determinación del módulo de elasticidad no drenado en arcillas saturadas de la región oriental del Chaco”, de Sotelo y Bosch, mencionan que los valores para los que puede ser razonable asumir un comportamiento elástico lineal o de módulo de elasticidad constante en un suelo, es entre el 25% y 1/3 de los valores de la gráfica  $\sigma$  vs.  $\varepsilon$ , por lo que, en el cuadro de datos anterior se sombrea el primer tercio de los datos, los cuales serán los que efectivamente se usarán para estimar el módulo de elasticidad del suelo para las condiciones ya indicadas.



**Figura 42.** Incremento de esfuerzo vs. deformación unitaria y obtención de módulo elástico.

Del gráfico se grafican las rectas de tendencia hasta valores alrededor de los 3cm<sup>2</sup>

$$\begin{aligned}
 E1 &= 317.44 \\
 E2 &= 436.94 \\
 E3 &= 548.29 \\
 E \text{ prom} &= \boxed{434.22} \text{ Kg/cm}^2
 \end{aligned}$$

$$E = 4342.20 \text{ Ton/m}^2$$

El módulo de Poisson se asume de la literatura técnica clásica para el tipo de suelo correspondiente, en este particular se toma como referencia las tablas del libro “Fundamentos de Ingeniería Geotécnica” (Das, 2001):

*Tabla 11.5* Parámetros elásticos de varios suelos.

Tipo de suelo	Módulo de elasticidad, $E_s$ (MN/m <sup>2</sup> )	Razón de Poisson, $\mu_s$
Arena suelta	10–25	0.20–0.40
Arena de compacidad media	15–30	0.25–0.40
Arena densa	35–55	0.30–0.45
Arena limosa	10–20	0.20–0.40
Arena y grava	70–170	0.15–0.35
Arcilla blanda	4–20	
Arcilla media	20–40	0.20–0.50
Arcilla dura	40–100	

**Figura 43.** Parámetros típicos de E y  $\mu$  para cada tipo de suelo (Das, 2001).

De donde se puede ubicar el material de arcilla, según el módulo de elasticidad obtenido, el cual es  $E = 4342.2 \text{ ton/m}^2 = 42.58 \text{ MN/m}^2$  que está en el límite entre arcilla media y arcilla dura según el cuadro de Das, por lo que su relación de Poisson estimada estaría entre 0.20 y 0.50, por lo que se asume un valor intermedio,  $\mu = 0.30$ . Los ensayos realizados en el laboratorio del CISMID están adjuntados en el **Anexo 1**.

#### 5.2.2.4 Montaje y Calibración

Antes de iniciar los ensayos de fondo del experimento, se deben realizar ensayos de calibración, para obtención de datos directamente del modelo construido.

##### Amortiguamiento ( $\xi$ )

Es importante recordar que el material que se está utilizando no es el concreto armado, tampoco es un material con el que se cuente información sobre su módulo de amortiguamiento, por lo que es necesario hacer ensayos para su obtención.

Si bien la normativa actual E030 permite el tratamiento de escalamiento normativo de los registros sísmicos con  $\xi=5\%$ , a la hora de hacer el proceso de análisis este valor debe ser el correcto que corresponda a la estructura analizada.

Para este fin, se usará el concepto de “*Decremento Logarítmico*”, en el que cuando los valores de amortiguación esperados son bajos, se puede expresar de la siguiente manera:

$$\ln\left(\frac{y_i}{y_{i+n}}\right) = n(2\pi)\xi$$

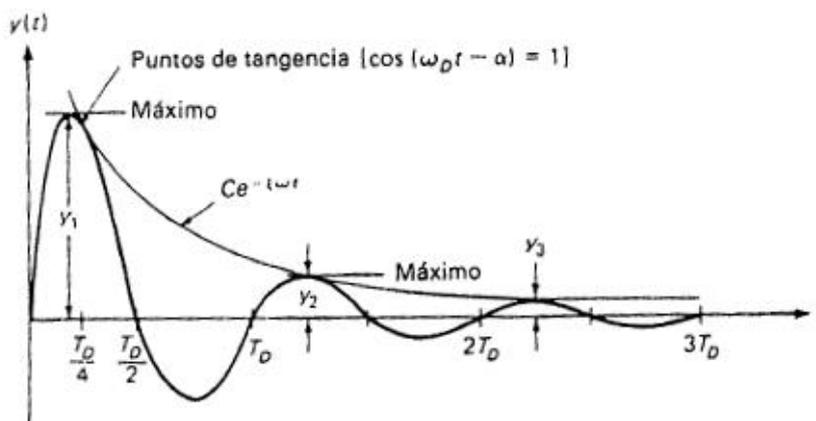
Donde:

$y_i$  = amplitud de una primera oscilación

$y_{i+n}$  = amplitud de una  $n$ ésima oscilación luego de la primera

$n$  = número de oscilaciones de diferencia entre las dos de análisis

$\xi$  = amortiguamiento



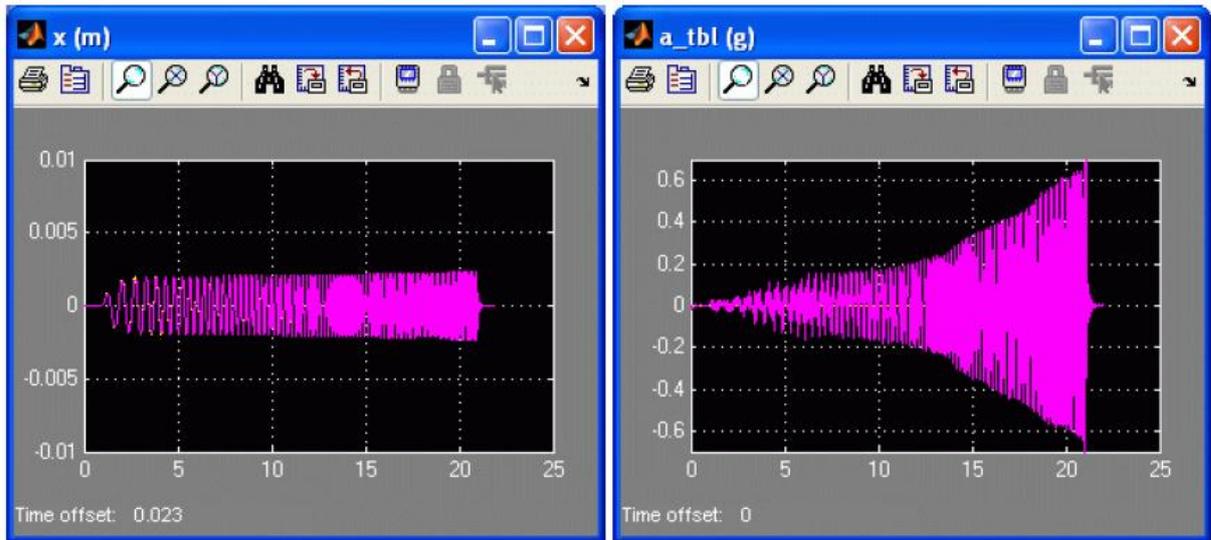
**Figura 44.** Gráfico de vibraciones libres amortiguadas y la relación de decremento de sus amplitudes.

Para el ensayo, se aseguró (empotramiento) el modelo al equipo Shake Table II, se colocó los sensores (acelerómetros) en el piso más elevado de cada edificio para obtener el registro de respuesta de aceleraciones.



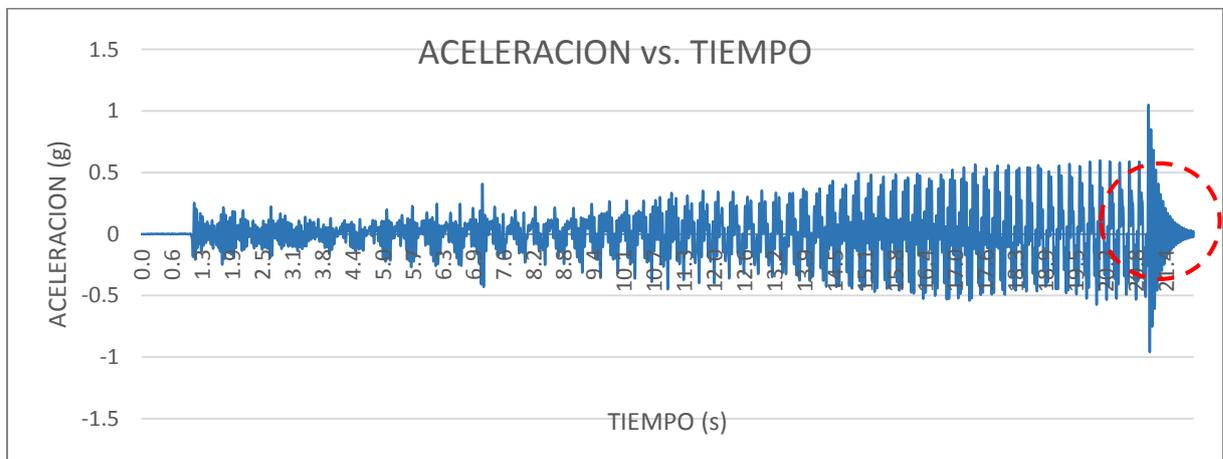
**Figura 45.** Montaje de acelerómetros sobre modelo para medición de señales.

Para este fin en particular, en el sistema de control de la Shake Table II existe una función en especial para la medición del amortiguamiento, esta función se llama “Sine Sweep”, que es una onda seno de amplitud constante y frecuencia variable, que va en aumento de 1 a 7.5 Hz en 20 segundos. Esta onda actúa acelerando el movimiento oscilatorio de cada edificio y se detiene al cabo de unos segundos (20 por defecto), dejando libre de movimiento forzado a la estructura y pasando a movimiento amortiguado libre; es en esta etapa libre final en la que se realiza el análisis de las mediciones para obtener el amortiguamiento.

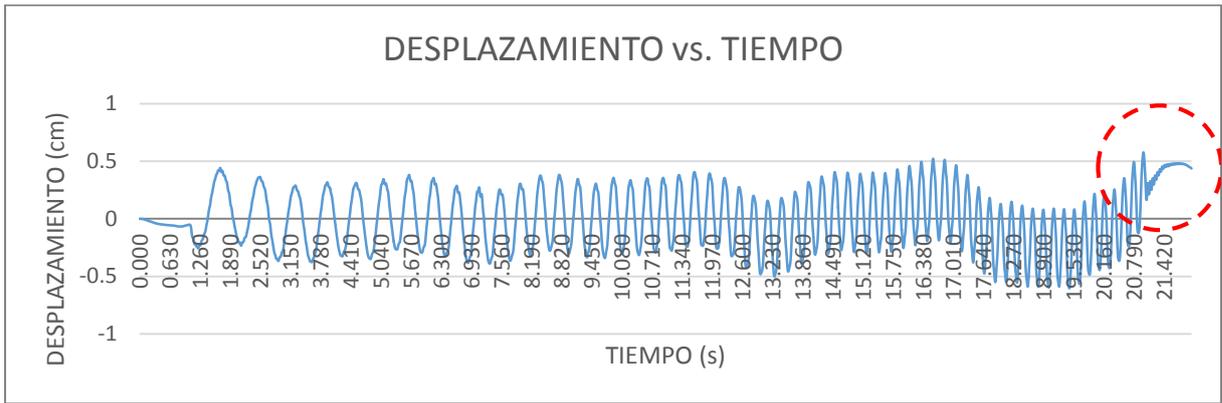


**Figura 46.** Izquierda gráfica de posición/t que muestra una amplitud constante, pero aumento de frecuencia, derecha gráfica de aceleración/t que muestra el consecuente incremento de esta y de la frecuencia.

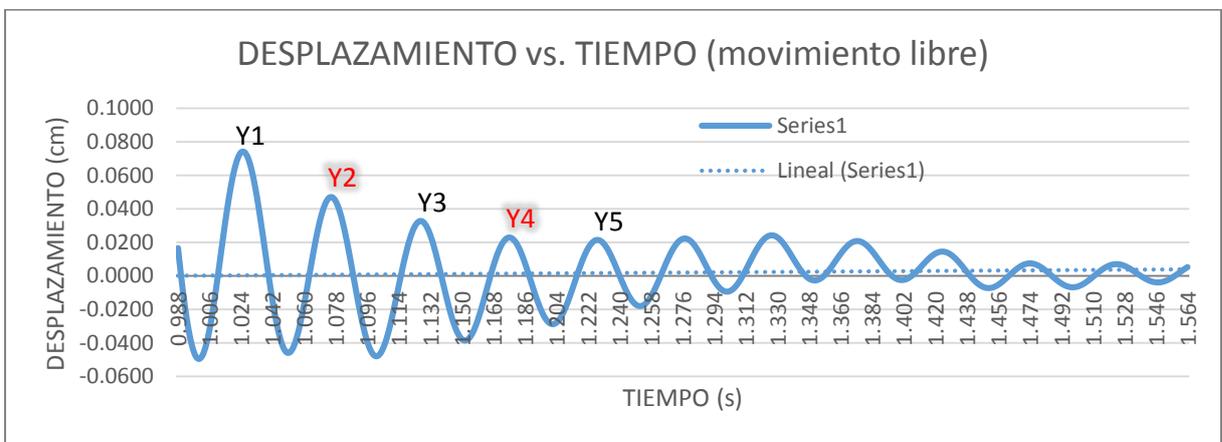
Como ya se explicó, se debe de pasar por un proceso de corrección de base y filtrado ya que se va a trabajar con las amplitudes (desplazamientos), las cuales, por obtenerse de doble integración de los registros de aceleración, son muy susceptibles a estos errores sin corregir.



**Figura 47.** Aceleración/t (no corregido) leído por acelerómetro en nivel 3, edificio 3 niveles.



**Figura 48.** Desplazamientos/t (no corregido) leído por acelerómetro en nivel 3, edificio de 3 niveles.



**Figura 49.** Gráfico desplazamientos/t (corregido) luego del segundo 20, terminada la excitación de la base.

Se usan las amplitudes del punto 2 y punto 4, del gráfico de desplazamientos vs. tiempo, de la zona de movimiento libre (luego de los 20 segundos).

$$\ln\left(\frac{y_i}{y_{i+n}}\right) = n(2\pi)\xi$$

$$Y_2 = 0.0473$$

$$Y_4 = 0.0306$$

$$n = 2$$

$$\xi = 3.47 \%$$

### Rigidez por piso (ki)

Es de suma importancia verificar cuál es la rigidez por piso del modelo final construido, ya que se sabe que, durante el proceso constructivo, diferentes factores tienen influencia en el comportamiento real, pudiendo alejarse de la rigidez esperada si se idealizan apoyos y uniones de alguna forma.

Para este fin, el procedimiento fue de empotrar el modelo desde la cimentación y asignarle una carga estática predeterminada en el primer nivel, luego medir el desplazamiento producido para la obtención de la rigidez del primer nivel.

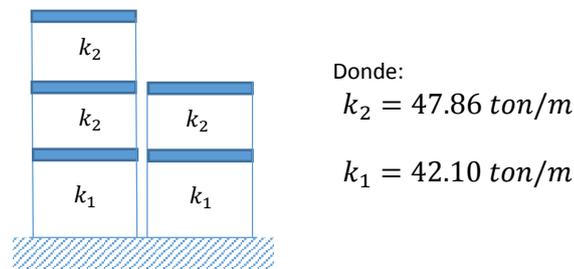
De forma similar se realiza para el segundo nivel, pero sujetando el primer nivel para que la medición de desplazamiento sea solo el relativo al segundo nivel respecto al primero.



**Figura 50.** Izquierda medición aproximada de rigidez de primer nivel (altura diferente); derecha medición aproximada de rigidez de segundo nivel (altura típica).

De donde se halló que, para el modelo a escala reducida 1/15, la rigidez del primer nivel es 28.08 kg/cm y del segundo nivel es 31.91 kg/cm.

Lo cual llevado a escala real 1/1, en concordancia a la teoría vista sobre la afectación a las propiedades en ensayos a escala reducida, la rigidez por piso se incrementa en proporción a la escala, además se acota que solo el primer nivel difiere de los otros y su menor rigidez se explica por la mayor altura (desde parte superior de zapata a techo primer nivel) que tiene respecto a los otros niveles (ver planos) y en vista que los otros niveles tienen similar altura y conexiones, se puede decir que tienen la misma rigidez.

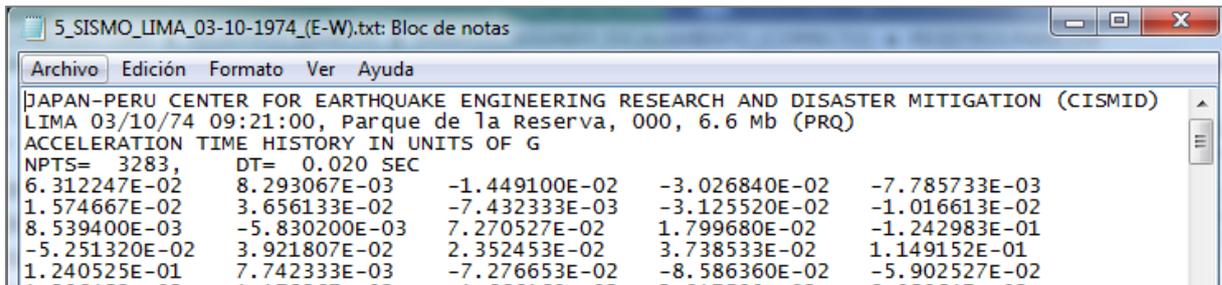


**Figura 51.** Gráfico resumen de rigidez por piso.

### 5.2.2.5 Ensayo a Escala Reducida, con Base Rígida y Empotrada

Para este ensayo, se mantiene la cimentación unida a la base, por medio de una plataforma rígida de transición entre el modelo y la plataforma móvil del propio equipo Shake Table II.

Realizando los ensayos para los sismos previstos, los cuales tienen el siguiente formato:



```
5_SISMO_LIMA_03-10-1974_(E-W).txt: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
JAPAN-PERU CENTER FOR EARTHQUAKE ENGINEERING RESEARCH AND DISASTER MITIGATION (CISMID)
LIMA 03/10/74 09:21:00, Parque de 1a Reserva, 000, 6.6 Mb (PRQ)
ACCELERATION TIME HISTORY IN UNITS OF G
NPTS= 3283, DT= 0.020 SEC
6.312247E-02 8.293067E-03 -1.449100E-02 -3.026840E-02 -7.785733E-03
1.574667E-02 3.656133E-02 -7.432333E-03 -3.125520E-02 -1.016613E-02
8.539400E-03 -5.830200E-03 7.270527E-02 1.799680E-02 -1.242983E-01
-5.251320E-02 3.921807E-02 2.352453E-02 3.738533E-02 1.149152E-01
1.240525E-01 7.742333E-03 -7.276653E-02 -8.586360E-02 -5.902527E-02
```

Figura 52. Formato necesario para ser leído por sistema de cómputo de Shake Table II.

Los cuales deben de ser guardados con la extensión “.AT2” para incorporarlos al archivo de base de datos con los que trabaja el sistema Shake Table II por intermedio del Matlab.



Figura 53. Montaje final para ensayos en condición empotrada.

### 5.2.2.6 Ensayo a Escala con Interacción Suelo-Estructura

Para este ensayo, se hace previamente la colocación de la base contenedora con el suelo flexible a usar. La capa de suelo es de 5cm, la cual es previamente compactada hasta la densidad deseada que es la densidad con la que se realizaron los ensayos de propiedades del suelo en el ensayo triaxial ( $\gamma = 1.68 \text{ g/cm}^3$ ).

Previamente se obtuvo la humedad de la muestra en el momento previo al ensayo, la cual fue de 6%, teniendo que humedecerla hasta llegar al 13.5% de humedad (humedad del ensayo triaxial).

Con las densidades y volúmenes previamente medidos de cada espacio para zapatas centrales y laterales, se obtienen los pesos de material que se debe colocar y compactar en cada espacio, hasta una altura marcada de 5cm.

	cm	cm	cm	cm <sup>3</sup>	kg		kg
	A	B	h	V	P	n	P
ZAP C	15.80	17.00	5.00	1343.00	2.26	2	4.51
ZAP E	15.80	9.00	5.00	711.00	1.19	4	4.78
						Subtotal	9.29
						Relleno adicional laterales y sobre zapata	6.21
						<b>Total</b>	<b>15.50</b>



**Figura 54.** Izquierda montaje inicial sobre suelo base, derecha montaje final bordes rellenos.

Resumen de pesos totales:

Modelo	3041.0 g
2 Acelerómetros + Tornillos	208.0 g
5 Loetas (sobrecarga)	1762.0 g
Base contenedora de suelo	2252.5 g
Suelo	15500.0 g
<b>Total</b>	<b>22.76 kg</b>

Por lo que, verificando la restricción de la máxima masa que puede manejar el equipo Shake Table II (aproximadamente 15kg) a 2.5g de aceleración.

Peso de la plataforma propia de la Shake Table II = 7.5 kg

Por lo que:  $(7.5 + 22.76) \times (A_{max}) = (2.5g) \times (15)$

De donde  $A_{max} = 1.2g$

Por lo que, para el caso de interacción suelo-estructura, al verificar que las máximas aceleraciones que se ingresarán al equipo (no las máximas aceleraciones de respuesta del escalamiento) correspondiente a los sismos a usar sean inferiores a 1.2g (g = aceleración de la gravedad), se restringe el uso del sismo número 4 (SISMO DE LIMA 17/10/1966 N-S) por tener aceleración máxima superior.

Los datos de entrada son escalados para cada sismo, para llevar los movimientos del equipo Shake Table II a movimientos a la escala del modelo.

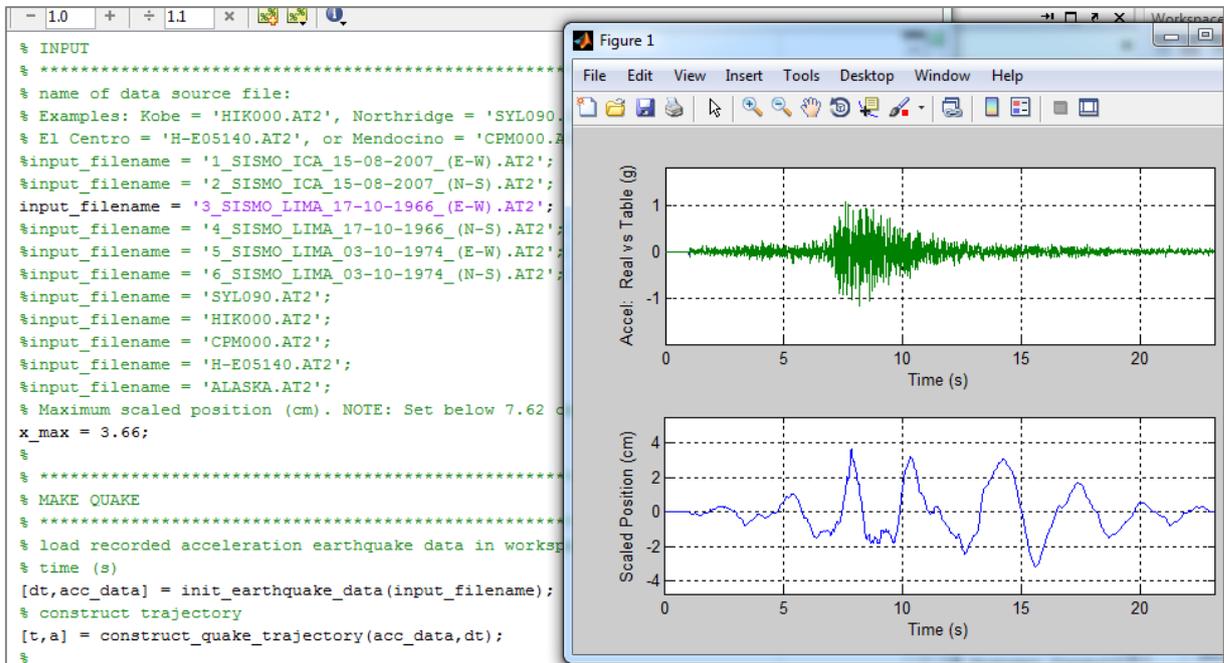
Como ya se mencionó en capítulos anteriores sobre la teoría de escalamiento propia de la Shake Table II (STII), su sistema toma un valor de desplazamiento (que le otorgamos) como valor referencial al que debe ser similar el máximo desplazamiento obtenido por doble integración, luego de la corrección y filtrado que hace el mismo sistema del equipo. Para este fin y con el objetivo de no modificar las aceleraciones ingresadas, el sistema escala el tiempo (ver teoría en capítulos anteriores sobre escalamiento con Shake Table II).

Los valores de desplazamiento referenciales para la comparación y escalamiento para cada registro fueron los siguientes:

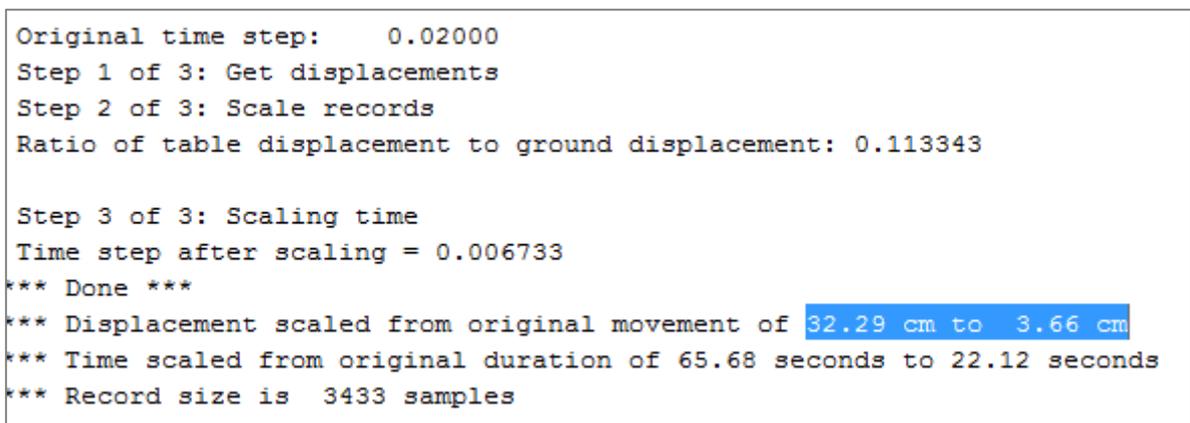
Número	Sismo	Antes escala	Escala	Luego escala
		$X_{max} (cm)$		$X_{max}^{STII} (cm)$
1	Ica 15-08-2007 (E-W)	17.97	1/15	1.19
2	Ica 15-08-2007 (N-S)	17.40	1/15	1.16
3	Lima 17-10-1966 (E-W)	54.93	1/15	3.66
4	Lima 17-10-1966 (N-S)	66.28	1/15	4.42
5	Lima 03-10-1974 (E-W)	63.52	1/15	4.23
6	Lima 03-10-1974 (N-S)	47.92	1/15	3.19

Sin embargo, se recuerda que el sistema de la Shake Table II hará su propia corrección y filtro de los sismos que se coloquen como datos, por lo que, su  $X_{max}$  (antes de escalamiento) puede ser diferente y por ende el factor relativo a desplazamientos usado para escalar el  $X_{max}$  al deseado  $X_{max}^{STII}$ , puede ser diferente del planteado inicialmente.

Vale esta aclaración, ya que al momento de querer comparar estos resultados con los obtenidos con otros métodos y a escala real (1/1), se debe aplicar a los resultados de cada sismo el factor (ya sea en  $\Delta t$  o en X) usado finalmente por la STII al escalarlo. Tal como se muestra a continuación, aplicado al sismo N°3 de Lima 1966:



**Figura 55.** Selección, corrección y escalamiento de sismo 3 en sistema Shake Table II (entorno Matlab).



**Figura 56.** Gráfico resumen del proceso de escalamiento realizado por el sistema, de 32.29cm a 3.66cm.

En las figuras se pueden notar que, luego del escalamiento, el equipo STII mostró que, en su proceso de corrección y filtrado, obtuvo un registro de aceleraciones que, integrando dos veces, su  $X_{m\acute{a}x}$  (antes de escalarlo) fue de 32.29cm y no 54.93 como propusimos, lo que indica que su proceso de corrección y filtrado sobre el registro ya corregido y filtrado por nosotros previamente, modificó finalmente el registro a ingresar. Entonces el verdadero factor de escala en este caso fue de  $F_{esc} =$

$32.29/3.66 = 8.82$ ; lo cual nos servirá para convertir los resultados registrados por los acelerómetros a la escala real (1/1) y hacer las comparaciones con los resultados obtenidos con otros métodos y escala 1/1.

A continuación, se muestran los factores reales que fueron aplicados por el sistema de la STII para cada registro sísmico durante los ensayos a escala, tal como se mostró en el caso del sismo N°3:

Número	Sismo	Antes escala	Luego escala	Escala (longitud)
		Xmax	Xmax	
1	Ica 15-08-2007 (E-W)	41.02	1.19	34.47
2	Ica 15-08-2007 (N-S)		1.16	Error en ensayo
3	Lima 17-10-1966 (E-W)	32.29	3.66	8.82
4	Lima 17-10-1966 (N-S)	51.75	4.42	11.71
5	Lima 03-10-1974 (E-W)	32.94	4.23	7.79
6	Lima 03-10-1974 (N-S)	29.31	3.19	9.19

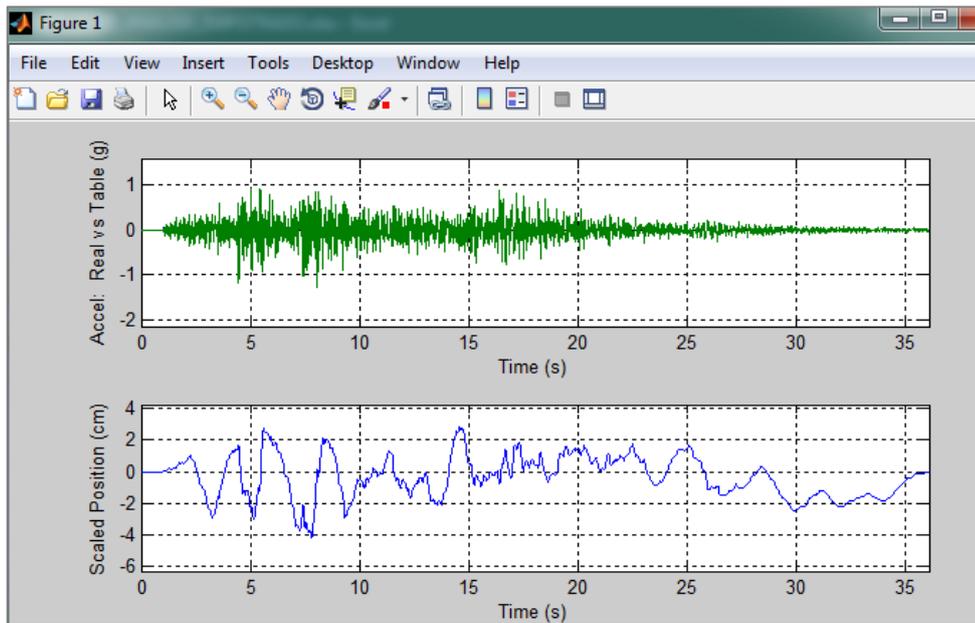
### 5.2.2.7 Procesamiento e Interpretación de Resultados Obtenidos con Shake Table II

Los resultados medidos por los sensores (acelerómetros) son aceleraciones (en unidades g) por intervalo de tiempo. Los cuales como ya se dijo, pasan por un proceso de corrección de base y filtrado antes de formar las tablas de resultados finales, ya que se toman directamente de los sensores.

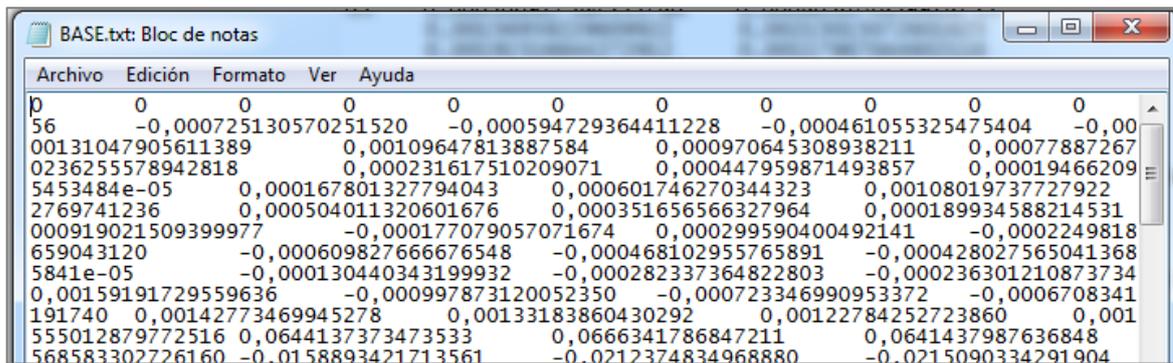
Para su correcta interpretación al comparar estos resultados obtenidos por los acelerómetros con los obtenidos en los experimentos analíticos y con software siguientes, se debe tener presente lo siguiente:

Como se mencionó, el software del equipo Shake Table II escaló cada registro sísmico para que se redujeran los desplazamientos máximos de su plataforma móvil (nivel terreno), para esto en lugar de escalar las aceleraciones, escaló el tiempo (revisar capítulos de explicación sobre Shake Table II), lo cual es equivalente en el sentido que de ambas formas se cumple el objetivo de reducir los desplazamientos a un cierto valor elegido para cada sismo.

Significa que, para poder comparar los resultados registrados por los acelerómetros, se debe primero devolver su verdadera magnitud a la excitación sísmica, lo cual repercute en cada nivel registrado con los acelerómetros con esa excitación reducida. Como ejemplo se muestra el procedimiento del sismo 5 (Lima 03-10-1974, E-W):



**Figura 57.** Escalamiento del sismo 5.



**Figura 58.** Datos registrados por el acelerómetro en la base cada  $\Delta t = 0.002$  s.

Tal como se muestra, estos son los datos directamente obtenidos de lo registrado por el acelerómetro en la base en caso del archivo de datos (.txt) y de la señal deseada matemática en caso del gráfico.

En el escalamiento inicial del registro, para ser corrido por la Shake table II, el sistema mostró la siguiente información:

```
Original time step: 0.02000
Step 1 of 3: Get displacements
Step 2 of 3: Scale records
Ratio of table displacement to ground displacement: 0.128423

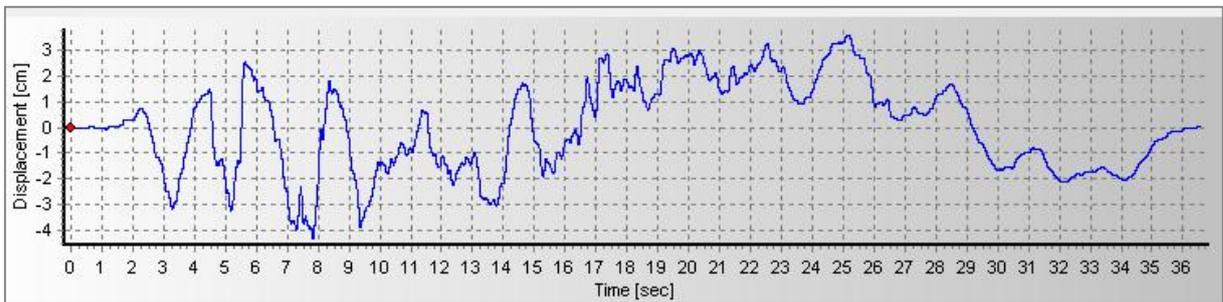
Step 3 of 3: Scaling time
Time step after scaling = 0.007167
*** Done ***
*** Displacement scaled from original movement of 32.94 cm to 4.23 cm
*** Time scaled from original duration of 97.98 seconds to 35.12 seconds
*** Record size is 5039 samples
```

**Figura 59.** Resumen de proceso del sistema de la Shake Table II.

Lo cual indica que, para escalar el desplazamiento del terreno, tomando en cuenta su desplazamiento máximo de 32.94cm a un valor de 4.23cm (para que entre dentro de los límites de lo reproducible por la STII y por nuestras primeras estimaciones para simular efectos de un sismo a la escala escogida), se ha escalado el tiempo en una escala que es aproximadamente la raíz cuadrada de la escala de desplazamientos, es decir de 97.98 a 35.12 segundos,  $97.98/35.12 = 2.79$ ; reduciendo los intervalos de tiempo ( $\Delta t$ ) originales del registro sísmico de 0.020 segundos a  $0.020/2.79 = 0.007$  segundos.

Al correr en la STII el sismo con este registro modificado, el acelerómetro ubicado en la plataforma de este (nivel de terreno) registra datos también alterados en el tiempo (y consecuentemente en sus desplazamientos), ya que ahora el sismo leído y registrado es solo de 35.12 segundos de duración y no de 97.98.

Este registro leído por el acelerómetro está con la lectura de  $\Delta t = 0.002$  segundos, calibrada por defecto en el acelerómetro, lo cual arroja lo siguiente:



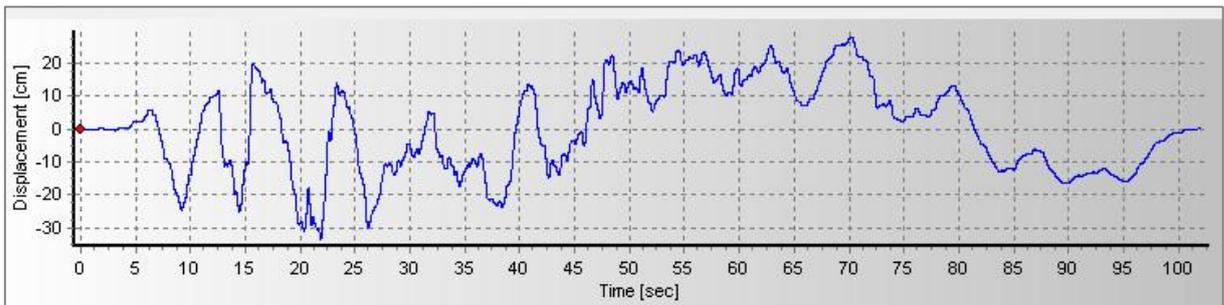
**Figura 60.** Desplazamientos de plataforma, en base a las lecturas (corregidas) del acelerómetro.

Se observa un desplazamiento máximo absoluto cercano a 4cm (lo cual era lo deseado). Para devolver entonces la magnitud a escala real 1/1 a la excitación sísmica leída, se debe aplicar el mismo factor de escala en los intervalos de tiempo de la lectura de los acelerómetros, pero esta vez para incrementarla.

$$\Delta t (\text{acelerómetro de STII}) = 0.002$$

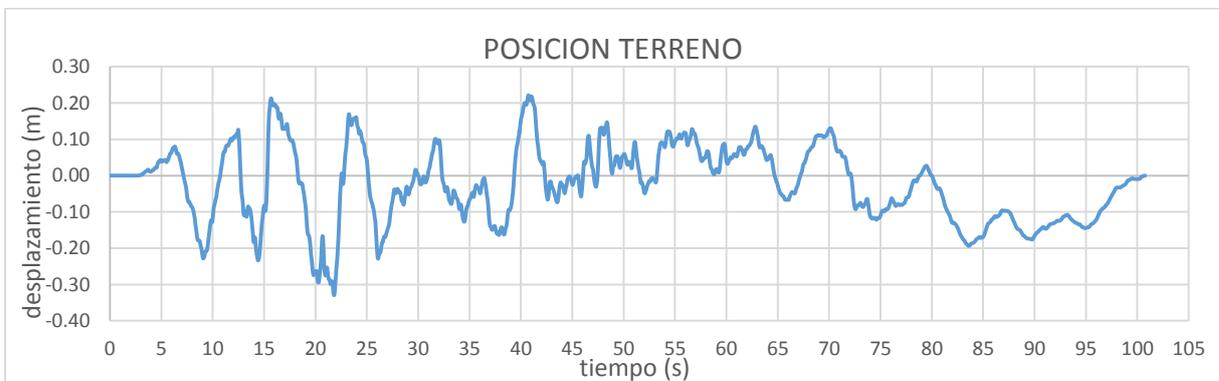
$$\text{Nueva } \Delta t = 2.79 \times 0.002 = 0.0055$$

Lo cual, aplicándolo a nuestro registro leído, pero con  $\Delta t = 0.0055$  segundos, se tiene:



**Figura 61.** Gráfico de desplazamientos de la plataforma, en base a las lecturas (corregidas) del acelerómetro luego de aplicar el escalamiento al  $\Delta t$ .

Luego se compara con la gráfica del sismo a escala real (1/1), verificando acercamiento de resultados excepto por algunos picos superiores, lo cual puede indicar un requerimiento de calibración entre los acelerómetros y el equipo STII para mejorar precisión.



**Figura 62.** Desplazamientos escala real 1/1, en base al registro ingresado (X en m).

Este entonces es el primer procedimiento usado para pasar las lecturas de acelerómetros del ensayo a escala del sismo escalado, a su magnitud de sismo a escala real.

### 5.2.2.8 Compatibilidad e Interpretación de Resultados del Modelo a Escala Reducida

Al crear el modelo a escala, se tuvo como concepción inicial el querer escalar geoméricamente todos los componentes del modelo original, y se podría pensar que esto incluye también a las cargas que en cada nivel está actuando. Es decir, si se tiene un peso total de un piso a escala real 1/1 equivalente a "P", al reducir y escalar la estructura una escala "c", entonces el volumen al cual le corresponde ese peso "P" se reduce en una escala de  $c^3$ , lo cual hace que el peso también se reduzca en esa magnitud.

Sin embargo, este escalamiento geométrico de la masa que parece lógico, no es el apropiado para establecer una relación con la que se puedan comparar los resultados obtenidos del experimento con un modelo a escala reducida versus otros experimentos a escala real mediante procedimientos analíticos o con asistencia de software, en realidad obedece a criterios que involucran más variables, lo cual será verificado en las páginas siguientes.

Es en este punto que, luego de realizar los escalamientos de los registros sísmicos, tal como se muestra en la parte de “Procesamiento e Interpretación...”, se pudo realizar la compatibilización de los registros de respuesta de la plataforma base (leído por el acelerómetro de la base), a su versión para comparación y análisis en escala real 1/1, es decir verificación registro sísmico del mismo suelo versus los datos de registro iniciales, esto más que otra cosa representó solo una calibración y verificación del procedimiento ya que el objeto de análisis es sobre los niveles superiores. Sin embargo, al analizar los registros de respuesta procedentes de los niveles superiores, se hallaron incompatibilidades entre los resultados obtenidos de los ensayos físicos a escala y los obtenidos por los otros experimentos a escala real (analítico y con software).

Por lo que se emprendió una investigación adicional a todo lo programado, y culminó con el desarrollo de esta sección, la cual el autor considera fundamental para la correcta compatibilización, análisis e interpretación de las respuestas de los ensayos sísmicos a escala reducida y lograr establecer una comparación cualitativa y cuantitativa con el modelo conceptual a escala real 1/1, lo cual es el interés principal de realizar los ensayos a escala reducida.

Entonces, por una parte existe una diferencia sustancial entre el incremento las magnitudes de peso y la rigidez a flexión de la estructura; siguiendo la lógica del escalamiento geométrico de la masa, esta se reduce con un factor de  $c^3$ , en cambio la rigidez se ve reducida con un factor de  $c$ , lo que origina una estructura con una mayor proporción de rigidez versus su masa.

Desde el punto de vista de la dinámica estructural, se alteran las frecuencias y consecuentemente los periodos naturales de la estructura, por lo que va a depender de las condiciones del ensayo.

a) Caso Particular con Escalamiento Solo de Estructura

Si tuviéramos el mismo registro sísmico sin escalar o escalado con la misma magnitud (escala) tanto para el modelo a escala real como para el modelo a escala reducida, podríamos ejemplificar el análisis con las ecuaciones de un edificio simple de un nivel ya que recordemos que lo que caracteriza básicamente el comportamiento dinámico de un edificio son su periodos y frecuencias:

Al inicio:

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$T_0 = 2\pi/w_0$$

Si escalamos la masa con el criterio geométrico:

$$w_f = \sqrt{\frac{k \times c}{m \times c^3}} = \sqrt{\frac{k}{m \times c^2}} = \frac{1}{c} \left( \sqrt{\frac{k}{m}} \right)$$
$$w_f = \frac{1}{c} w_0 \text{ (incorrecto)}$$
$$T_f = 2\pi/w_f$$
$$T_f = T_0 \times c \text{ (incorrecto)}$$

Cuando escalamos la masa con el criterio de conservación de mismo periodo y frecuencia:

$$w_f = \sqrt{\frac{k \times c}{m \times c}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$w_f = w_0 \text{ (correcto)}$$
$$T_f = 2\pi/w_f$$
$$T_f = T_0 \text{ (correcto)}$$

Como se aprecia, el primer procedimiento modifica las frecuencias y periodos, lo cual hace que el modelo con estas características, dinámicamente represente a otra estructura distinta a la que en escala real 1/1 se quiso representar.

Por lo que, en el caso en que se utiliza el mismo registro sísmico sin escalar o con la misma escala tanto para el modelo a escala real como para el modelo a escala

reducida, es requisito mantener las mismas frecuencias “w” y periodos naturales “T” de la estructura original que se quiera representar.

b) Caso General con Escalamiento de Estructura y de Sismo

Ahora, los criterios de compatibilización cambian si consideramos que para uno de los modelos se aplicará el registro sísmico escalado (usando el método de escalamiento del tiempo) y al otro modelo el registro sísmico sin escalar, es decir se aplican los sismos con escalas distintas. En este caso el análisis se complica ya que ahora debemos considerar que las excitaciones suministradas no serán las mismas.

Para poder analizarlo adecuadamente, se hará uso de la ecuación general de Duhamel para excitaciones aleatorias en una estructura de un grado de libertad (edificio de un nivel).

$$y(t) = \frac{e^{-\xi\omega t}}{m\omega_D} [A_D \sin(\omega_D t) - B_D \cos(\omega_D t)]$$

$$A_D = \int_0^t F_{(T)}(e^{\xi\omega T} \cos(\omega_D T)) dT$$

$$B_D = \int_0^t F_{(T)}(e^{\xi\omega T} \sin(\omega_D T)) dT$$

Donde  $F_{(t)} = ma_{(t)}$

$$y(t) = \frac{e^{-\xi\omega t}}{\omega_D} [A_D \sin(\omega_D t) - B_D \cos(\omega_D t)]$$

$$A_D = \int_0^t a_{(T)}(e^{\xi\omega T} \cos(\omega_D T)) dT$$

$$B_D = \int_0^t a_{(T)}(e^{\xi\omega T} \sin(\omega_D T)) dT$$

Considerando un amortiguamiento  $\xi$  constante (asumiendo que no varía con la escala):

$$\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2}$$

Se debe buscar que, producto del escalamiento de la estructura y el escalamiento del sismo, los desplazamientos de respuesta de la estructura queden multiplicados por un solo factor lineal, y así poder compatibilizar estos desplazamientos de respuesta con la estructura a escala real por medio de un escalamiento simple en el tiempo o directamente a los desplazamientos.

Si la escala de tiempo es  $c_t$  y la escala resultante de la frecuencia natural es  $c_w$ .

Entonces, para tener el factor lineal deseado, es necesario eliminar el factor resultante dentro de las expresiones seno y coseno:

$$\sin(\omega_D t)$$

$$\sin\left(\left(\omega\sqrt{1-\xi^2}\right)t\right)$$

Aplicando los factores de escala:  $\sin\left(\left(\omega \times c_w\sqrt{1-\xi^2}\right)t \times c_t\right)$

$$\sin\left(\left(c_w \times c_t\right)\left(\omega\sqrt{1-\xi^2}\right)t\right)$$

Donde se debe cumplir como condición:

$$\boxed{c_w \times c_t = 1} \quad \text{o su equivalente} \quad \boxed{c_T = c_t}$$

$c_t = \text{escala de tiempo de sismo}$

$c_w = \text{escala de frecuencia natural de estructura}$

$c_T = \text{escala de periodo natural de la estructura}$

Luego de establecer las condiciones para anular los factores de escala dentro de las funciones seno y coseno, notamos que también anulamos los factores dentro de la expresión  $e^{-\xi\omega t}$  regresamos a evaluar los términos pendientes:

$$A'_D = \int_0^t a_{(T)}(e^{\xi\omega T} \cos(\omega_D T)) d(T \times c_t)$$

$$A'_D = c_t \times A_D$$

$$B'_D = \int_0^t a_{(T)}(e^{\xi\omega T} \sin(\omega_D T)) d(T \times c_t)$$

$$B'_D = c_t \times B_D$$

Donde  $A'_D$ ,  $B'_D$  y  $y'_{(t)}$  son los términos iniciales pero con los factores de escala aplicados.

$$y'_{(t)} = \frac{e^{-\xi\omega t}}{c_w \times \omega_D} [c_t \times A_D \sin(\omega_D t) - c_t \times B_D \cos(\omega_D t)]$$

$$y'_{(t)} = \frac{c_t}{c_w} (y_{(t)})$$

Pero como ya se vio que una condición sea:  $c_w \times c_t = 1$

$$\boxed{y'_{(t)} = c_t^2 (y_{(t)})}$$

Con lo que finalmente se consigue tener la respuesta de desplazamiento afectada por un solo factor resultante, el cual es el cuadrado del factor de escala de tiempo del registro sísmico, factor el cual además debe ser igual al factor del periodo natural de la estructura  $c_t = c_T$ .

Además, como se sabe, ya que se está escalando el sismo por el método del escalamiento del tiempo y recordando de los primeros requisitos de compatibilidad planteados ( $c_w \times c_t = 1$ ), se tiene que:

$$c_t = \sqrt{c_x} \quad y \quad c_w = \sqrt{\frac{c_x}{c_m}}$$

$c_t =$  *escala de tiempo*

$c_x =$  **escala de longitud** (o escala del modelo)

$c_w =$  *escala de frecuencia*

$c_m =$  *escala de masa*

$$\sqrt{\frac{c_x}{c_m}} \times \sqrt{c_x} = 1$$

$$\sqrt{\frac{(c_x)^2}{c_m}} = 1$$

$$\boxed{c_m = (c_x)^2} \quad y \quad \boxed{y'(t) = c_x \times y(t)}$$

Con lo que se tiene el factor de escala correspondiente para escalar la masa.

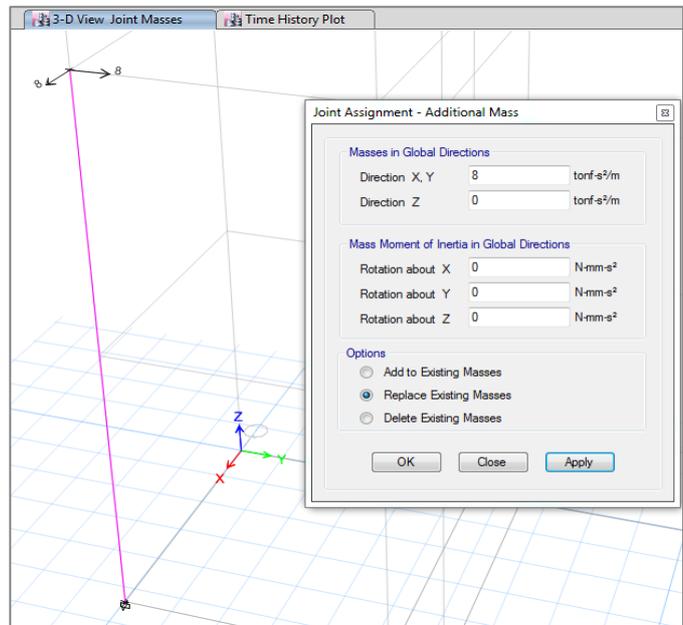
### 5.2.2.8.1 Experimento de Comprobación de Caso Particular con Escalamiento Solo de Estructura

Este experimento de comprobación se realizó netamente mediante software, y forma parte fundamental del proceso de compatibilización para la correcta interpretación de los datos extraídos de ensayos físicos a escala reducida.

A continuación, aplicando el mismo sismo para ambos casos (sin escalar) se iniciará mostrando los resultados de aplicar el criterio inadecuado de escalamiento de la masa ( $m \times c^3$ ).

MODELO ESCALA REAL

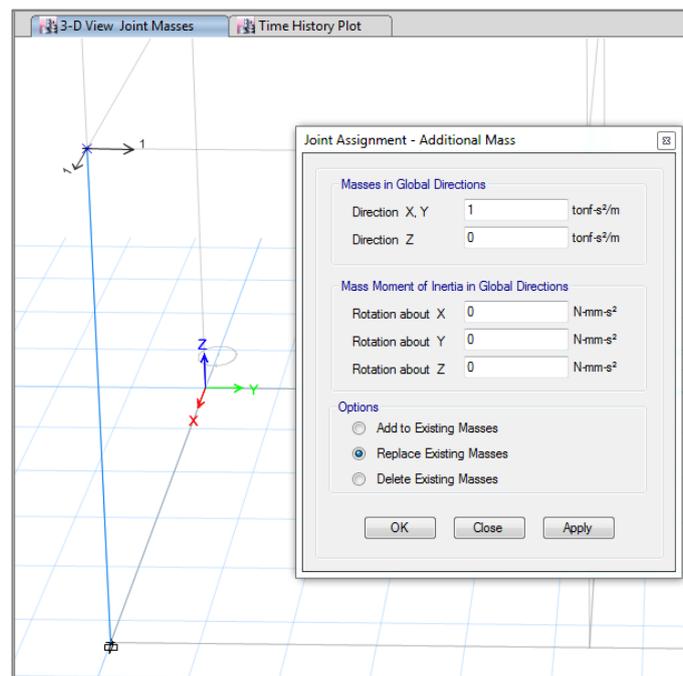
Tipo de elemento: Columna  
 Altura: 6 m  
 Dimensiones: 50x50cm  
 $E = 26800 \text{ kgf/cm}^2$   
 $M = 8 \frac{\text{tonf}}{\text{m/s}^2}$   
 Esta masa conceptualmente corresponde a un cubo 2Lx2Lx2L en la parte superior de la columna.



**Figura 63.** Parámetros y configuración en Etabs de modelo para prueba a escala real 1/1.

MODELO ESCALA REDUCIDA 1 (factor de escalamiento de masa:  $c^3$ )

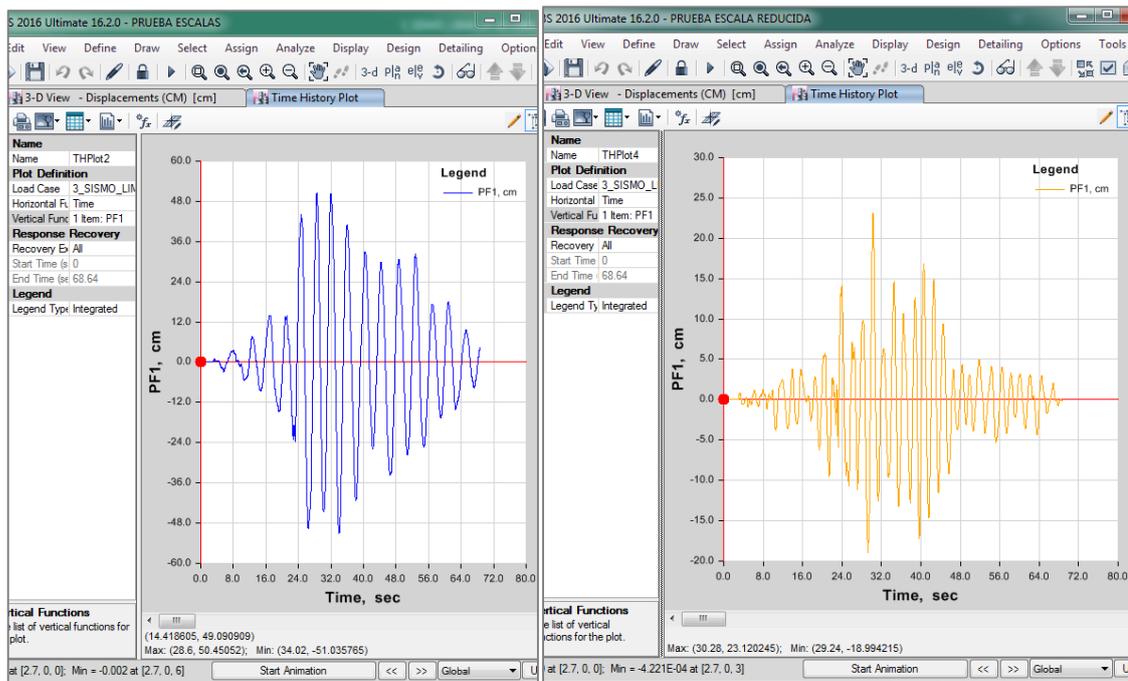
Escala (c): 1/2  
 Tipo de elemento: Columna  
 Altura: 3 m  
 Dimensiones: 25x25cm  
 $E = 26800 \text{ kgf/cm}^2$   
 $M = 1 \frac{\text{tonf}}{\text{m/s}^2}$   
 Esta masa conceptualmente corresponde a un cubo 1Lx1Lx1L en la parte superior de la columna.



**Figura 64.** Parámetros y configuración en Etabs de modelo para prueba a escala reducida.

Para ambos casos se aplicó un sismo ya corregido, filtrado y escalado normativamente; “SISMO DE LIMA 17/10/1966 (E-W)”, el cual se aplicó a la misma escala a ambas estructuras; es decir no se está aplicando todavía un escalamiento a estos registros, solo se está verificando la compatibilidad de las estructuras real y escalada.

Los resultados fueron los siguientes:



**Figura 65.** Gráfico comparativo de desplazamientos, izquierda escala real 1/1, derecha escala reducida 1/2.

Cuyos resultados comparativos muestran que, independientemente la escala de los modelos y la escala aparente que puede notarse entre estos resultados, estos no tienen una equivalencia de forma, es decir no podemos realizar una compatibilización entre estos resultados aplicándoles un factor ya sea a las aceleraciones ni al tiempo, porque al cambiar las frecuencias y consecuentemente los periodos naturales, desde el punto de vista de la dinámica estructural son modelos distintos y no equivalentes en la práctica. Recordemos que, en la obtención de los desplazamientos matemáticamente la frecuencia natural está presente en las ecuaciones de forma relativamente compleja, lo cual hace que su compatibilización sea mucho más compleja que solo aplicar factores lineales y constantes de escalamiento.

A continuación, se realiza el mismo experimento, pero esta vez aplicando el criterio adecuado para el escalamiento de la masa descrito inicialmente ( $m \times c$ ):

MODELO ESCALA REDUCIDA 2 (factor de escalamiento de masa:  $c$ )

Escala (c): 1/2  
 Tipo de elemento: Columna  
 Altura: 3 m  
 Dimensiones: 25x25cm  
 $E = 26800 \text{ kgf/cm}^2$   
 $M = 4 \frac{\text{tonf}}{\text{m/s}^2}$   
 Esta masa conceptualmente corresponde a un cubo 1Lx1Lx1L en la parte superior de la columna.

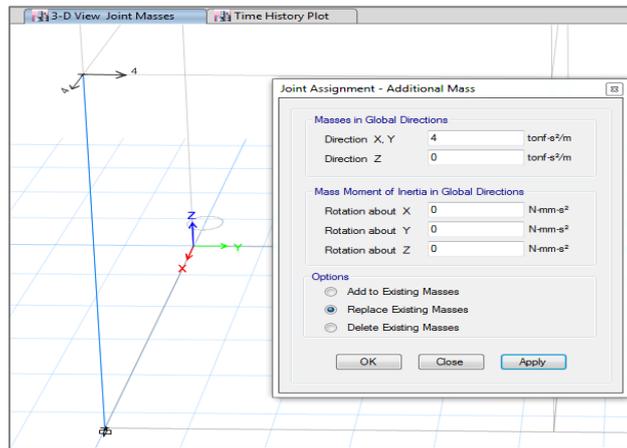


Figura 66. Parámetros y configuración en Etabs de modelo para prueba a escala reducida.

Con lo que los resultados fueron los siguientes:

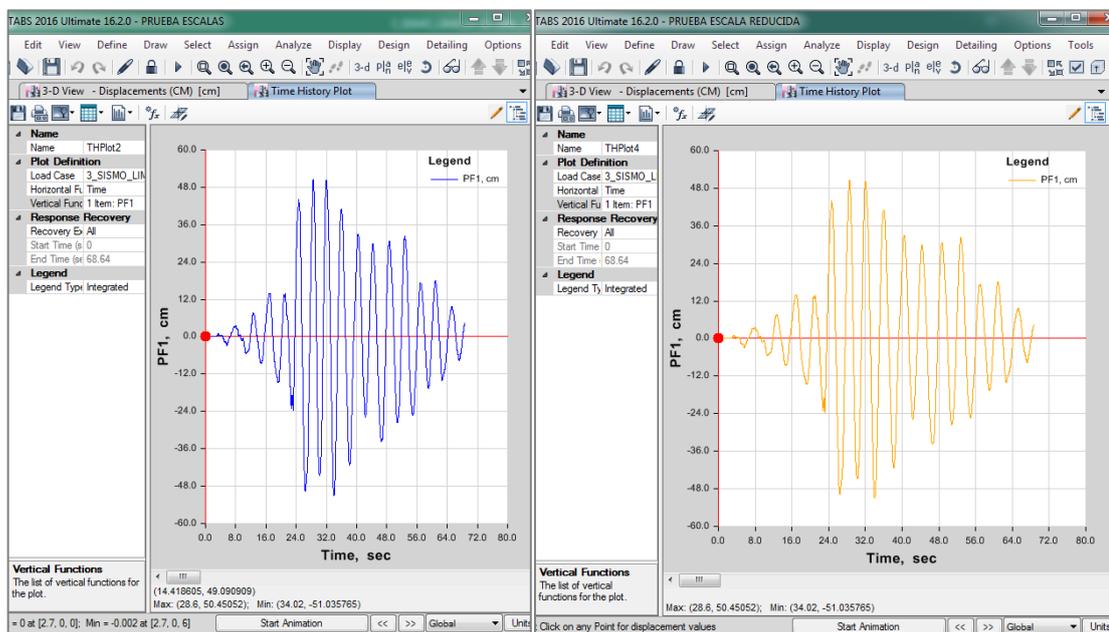


Figura 67. Gráfico comparativo de desplazamientos, izquierda escala real 1/1, derecha escalara reducida 1/2.

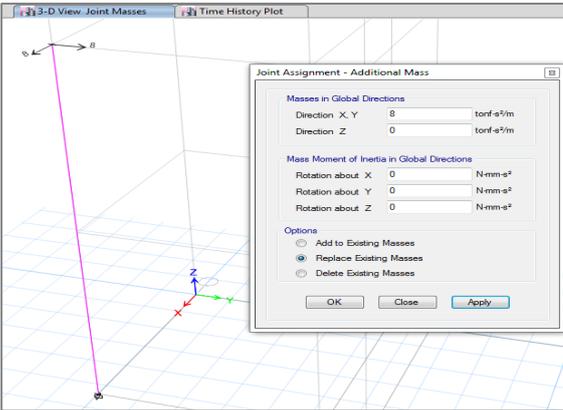
Los cuales demuestran fehacientemente la compatibilidad de ambos modelos (escala real 1/1 y escala reducida), y corrobora que el adecuado criterio de escalamiento de la masa y la rigidez a flexión de la estructura es considerar el mismo factor de escalamiento para ambos.

### 5.2.2.8.2 Experimento de Comprobación del Caso General con Escalamiento de Estructura y de Sismo

Para este experimento se tomarán los resultados del experimento anterior a la estructura de escala real 1/1, y se realizará el ensayo al modelo a escala reducida con el registro sísmico escalado a la misma escala longitudinal del modelo reducido, se

extraerán los datos de respuesta asumiendo que fue tomado por un acelerómetro con un intervalo de tiempo igual al del registro original, pero solo porque en el software el intervalo de tiempo de entrada es el mismo que el de salida o de los resultados, ya que puede ser otro intervalo distinto al original con el que está calibrado el acelerómetro (por ejemplo el acelerómetro de la STII está calibrado con  $\Delta t=0.002$ ).

### MODELO ESCALA REAL

<p>Tipo de elemento: Columna          Altura: 6 m          Dimensiones: 50x50cm  <math>E = 26800 \text{ kgf/cm}^2</math>  <math>M = 8 \frac{\text{tonf}}{\text{m/s}^2}</math>          Esta masa conceptualmente corresponde a un cubo 2Lx2Lx2L en la parte superior de la columna.</p>	
---	--

**Figura 68.** Parámetros y configuración en Etabs de modelo para prueba a escala real (similar a Figura 73).

Se quiere aplicar entonces un factor de escalamiento longitudinal de  $1/2$  correspondiente al del modelo a escala evaluado, por lo que el factor escalamiento del tiempo será  $1/\sqrt{2}$ , tomando en cuenta que para el mismo registro sísmico usado “SISMO DE LIMA 17/10/1966 (E-W)”, el intervalo de tiempo original es de 0.02:

$$\Delta t = 0.02 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \Delta t = 0.014142$$

Lo cual reduce el tiempo del sismo de 68.64s a 48.53s.

Además, debemos aplicar la escala adecuada de reducción a la masa, la cual según lo estudiado es  $c^2$ .

### MODELO ESCALA REDUCIDA (factor de escalamiento de masa: $c^2$ )

Escala (c): 1/2  
 Tipo de elemento: Columna  
 Altura: 3 m  
 Dimensiones: 25x25cm  
 $E = 26800 \text{ kgf/cm}^2$   
 $M = 2 \frac{\text{tonf}}{\text{m/s}^2}$   
 Esta masa conceptualmente corresponde a un cubo 1Lx1Lx1L en la parte superior de la columna.

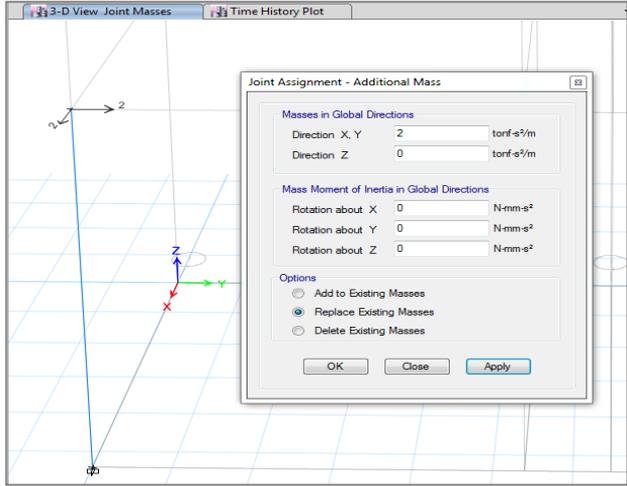


Figura 69. Parámetros y configuración en Etabs de modelo para prueba a escala reducida.

Se ingresa el registro sísmico entonces escalado en el tiempo y manteniendo los mismos valores de aceleración:

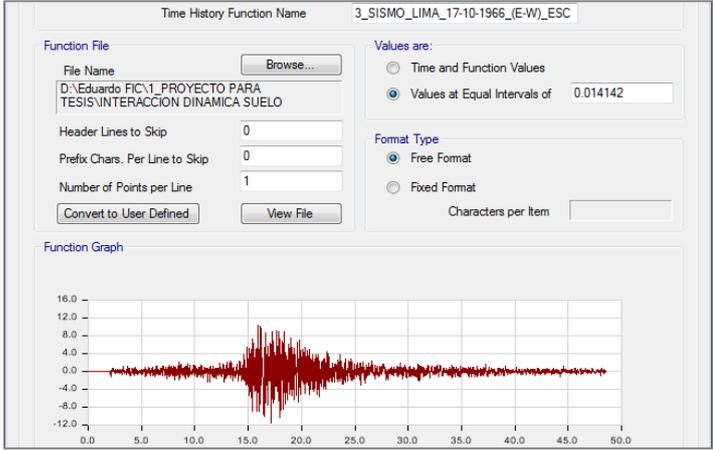


Figura 70. Registro sísmico ingresado con el tiempo escalado ( $\Delta t = 0.014142 \text{ s}$ ).

Luego de corrido el sismo, se comparan los registros de respuesta de desplazamiento:

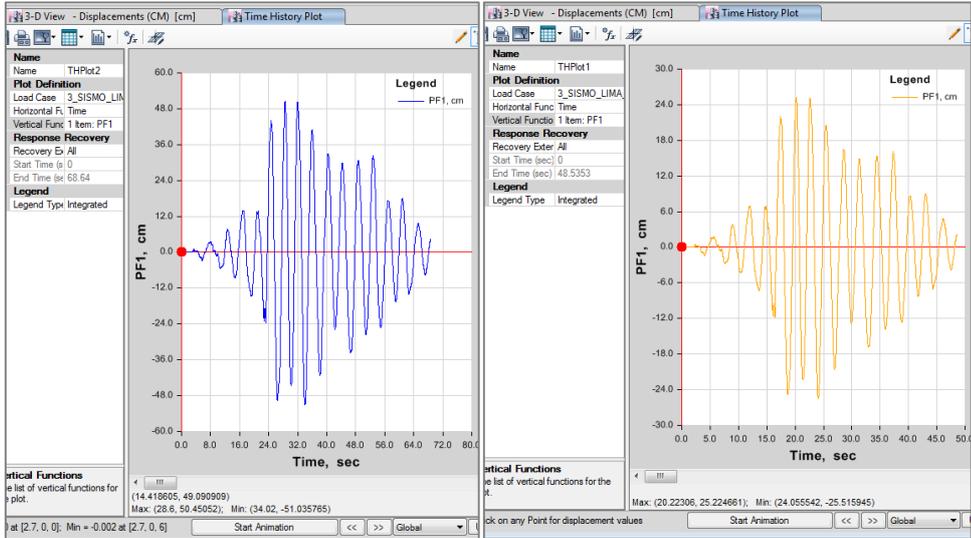


Figura 71. Gráfico comparativo X, izquierda escala real 1/1, derecha escala reducida 1/2.

De los cuales se puede observar que existe similitud en la distribución de este registro de respuesta de desplazamiento del modelo a escala reducida 1/2 con el registro de respuesta de desplazamiento del modelo a escala real 1/1.

Como se mencionó anteriormente, el proceso siguiente es asumir que un acelerómetro toma lectura de las aceleraciones de la estructura escalada sometida al sismo escalado:

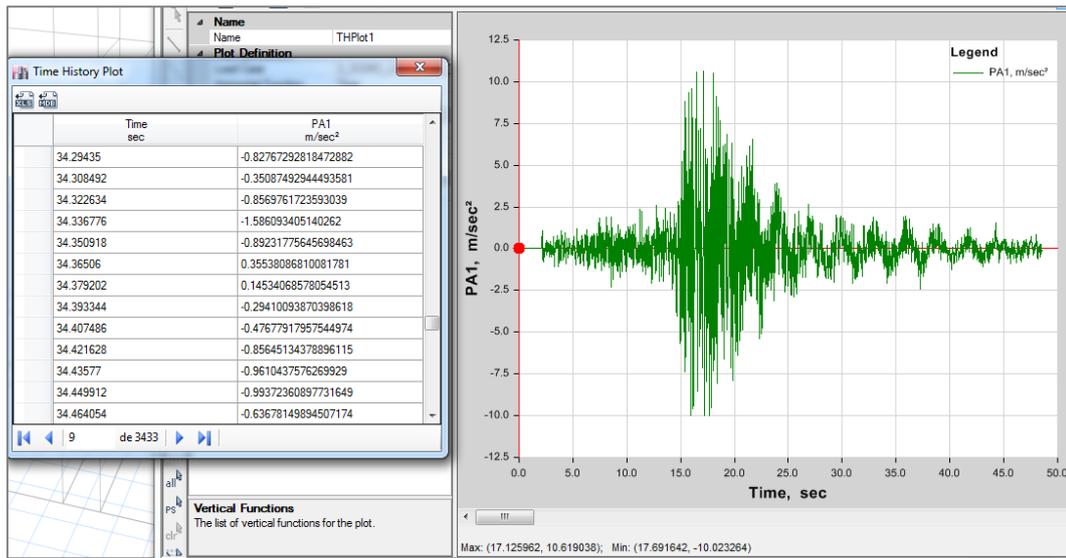


Figura 72. Extracción de respuesta de aceleraciones, imitando función de acelerómetro.

Luego, llevado este registro sísmico de aceleraciones a una tabla en Excel, se realiza la obtención de los desplazamientos por integración sucesiva, pero con el intervalo de tiempo  $\Delta t = 0.02$ , es decir regresándolo a su escala real.

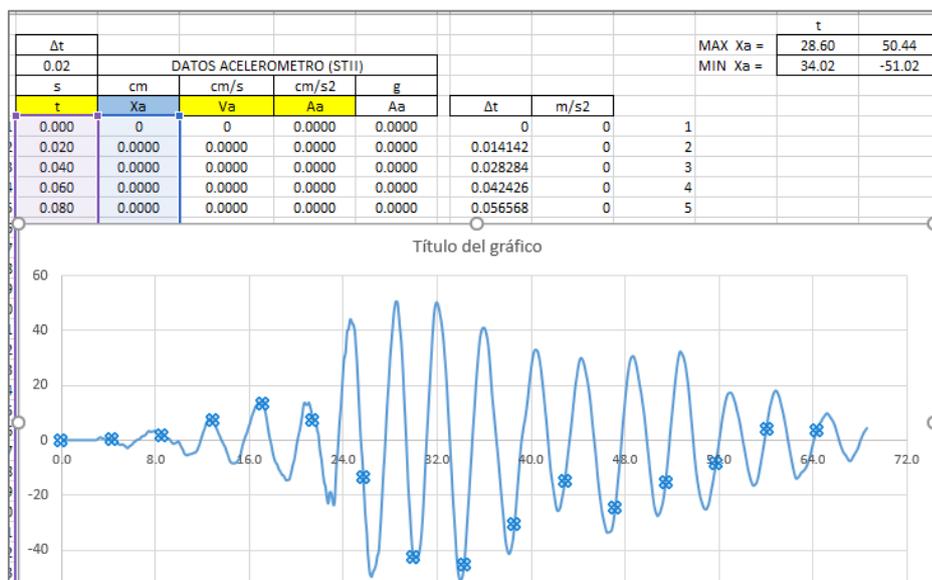


Figura 73. Desplazamiento obtenido por integración sucesiva de aceleraciones ( $\Delta t = 0.02$  s).

Resultando un congruente con el dado directamente del modelo a escala real 1/1:

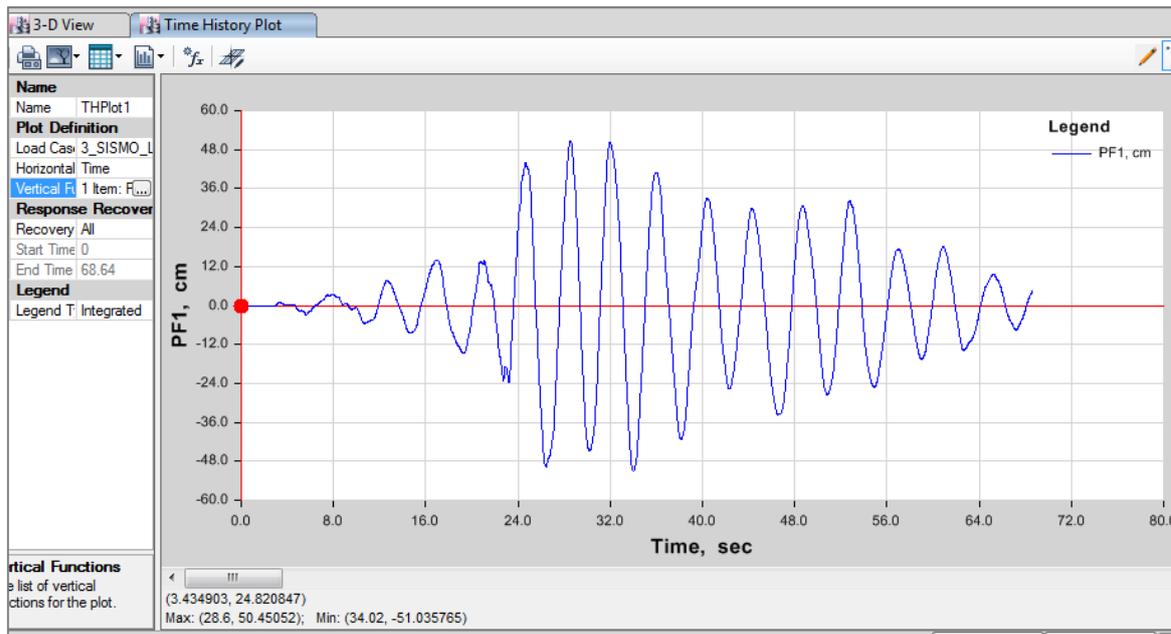


Figura 74. Gráfico de desplazamiento, modelo escala real 1/1.

Incluso se puede verificar los valores máximos y mínimos, así como sus respectivos tiempos.

Finalmente, con estas verificaciones corroboramos los planteamientos matemáticos desarrollados para el correcto procedimiento de escalamiento para ensayos sísmicos a escala reducida.

#### **NOTA:**

Finalmente, se hace la aclaración de que toda esta información precedente se realizó luego de haber hecho ya el modelo físico a escala reducida, y que precisamente por las incompatibilidades de los resultados con los obtenidos por otros métodos, motivó su realización.

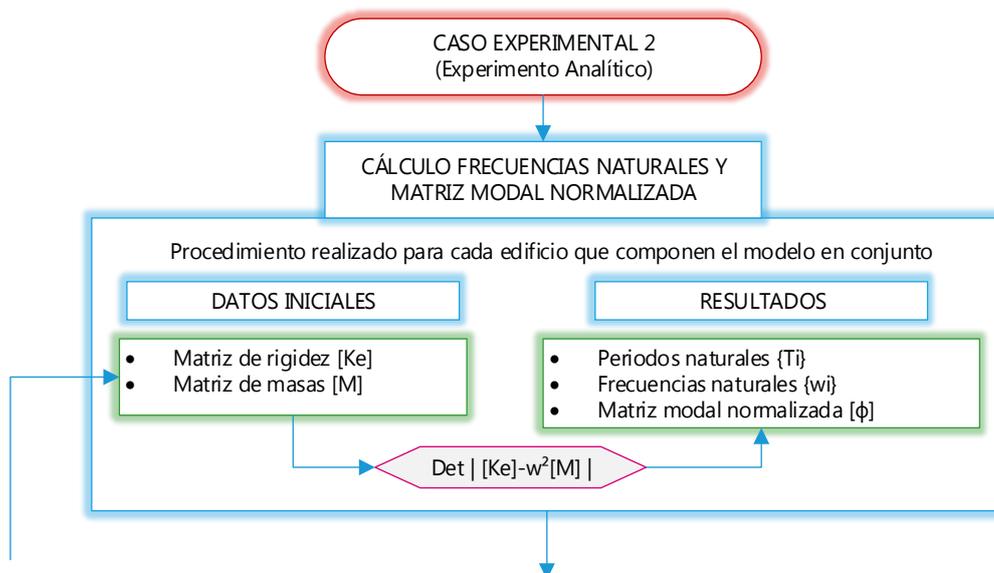
Por tal motivo luego de reanalizar las características del modelo físico a escala reducida, se verificó que no cumple con las características de compatibilidad necesarias que son, que el factor de escalamiento final del periodo principal de la estructura sea el mismo que el factor de escalamiento del tiempo en los sismos escalados; para esto se debió escalar la masa de la estructura conceptual a escala real 1/1 con un factor  $c^2$  y no  $c^3$  como en efecto se realizó.

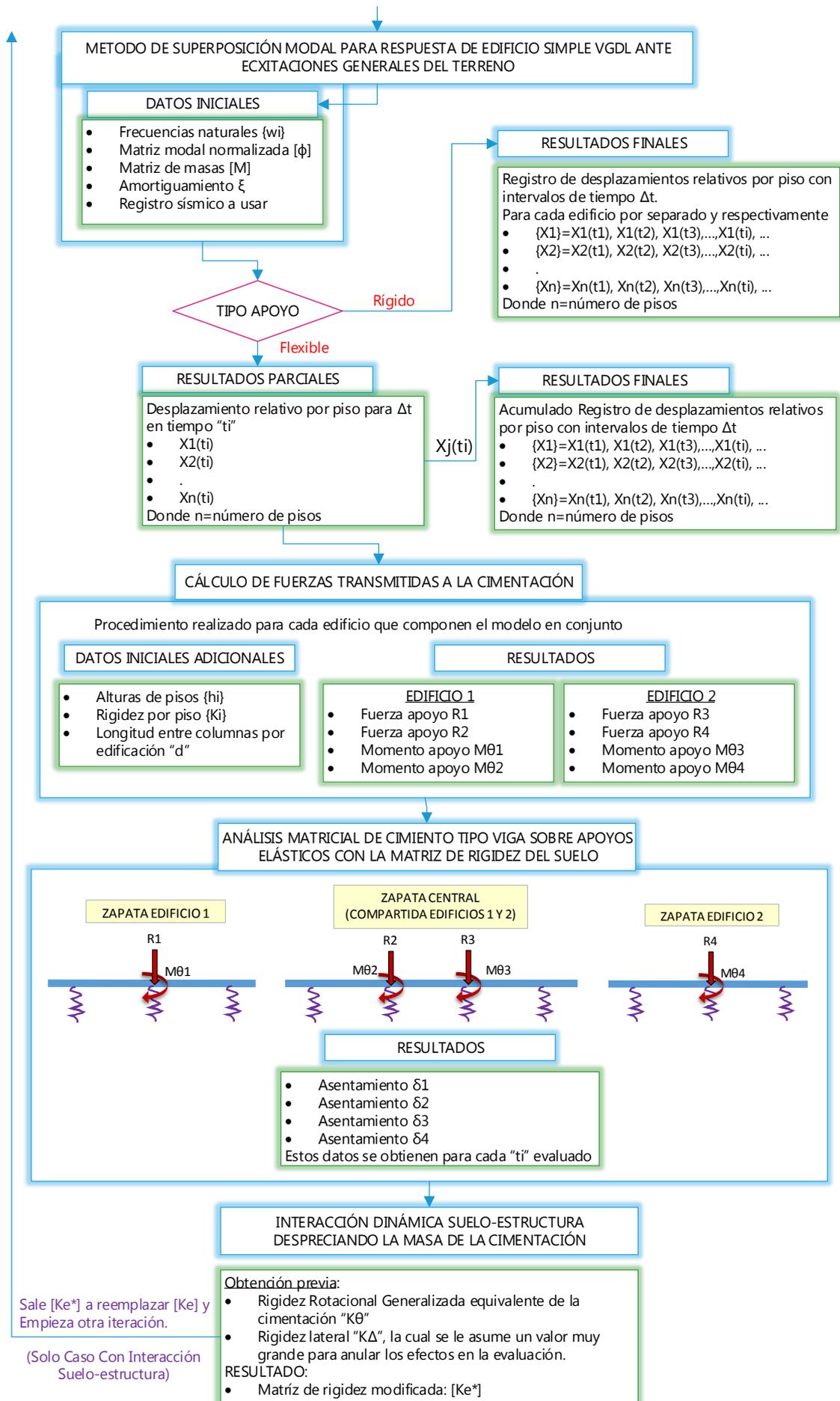
Es decir, su comparación de resultados a escala real 1/1 obedece a otra estructura distinta a la que conceptualmente se pretendía representar a escala reducida. Por tal motivo se da por incumplido uno de los objetivos que era precisamente la obtención y comparación de estos resultados, sin embargo, se deja una valiosa información de procedimientos y métodos que culmina con la sección **“Compatibilidad e Interpretación de Resultados del Modelo a Escala Reducida”** que contiene los procedimientos técnicos adecuados para la compatibilización entre los modelos a escala reducida y su comparación a escala real, con verificaciones incluidas.

### 5.2.3 Caso Experimental 2, Experimento por Método Analítico

Para este caso, se ha elaborado una metodología basada en cada una de las teorías explicadas en los primeros capítulos; además como ya se indicó, todos estos experimentos se realizan considerando un caso de apoyo rígido y cimentación empotrada, y otro caso de suelo flexible donde se manifiesta la interacción suelo-estructura.

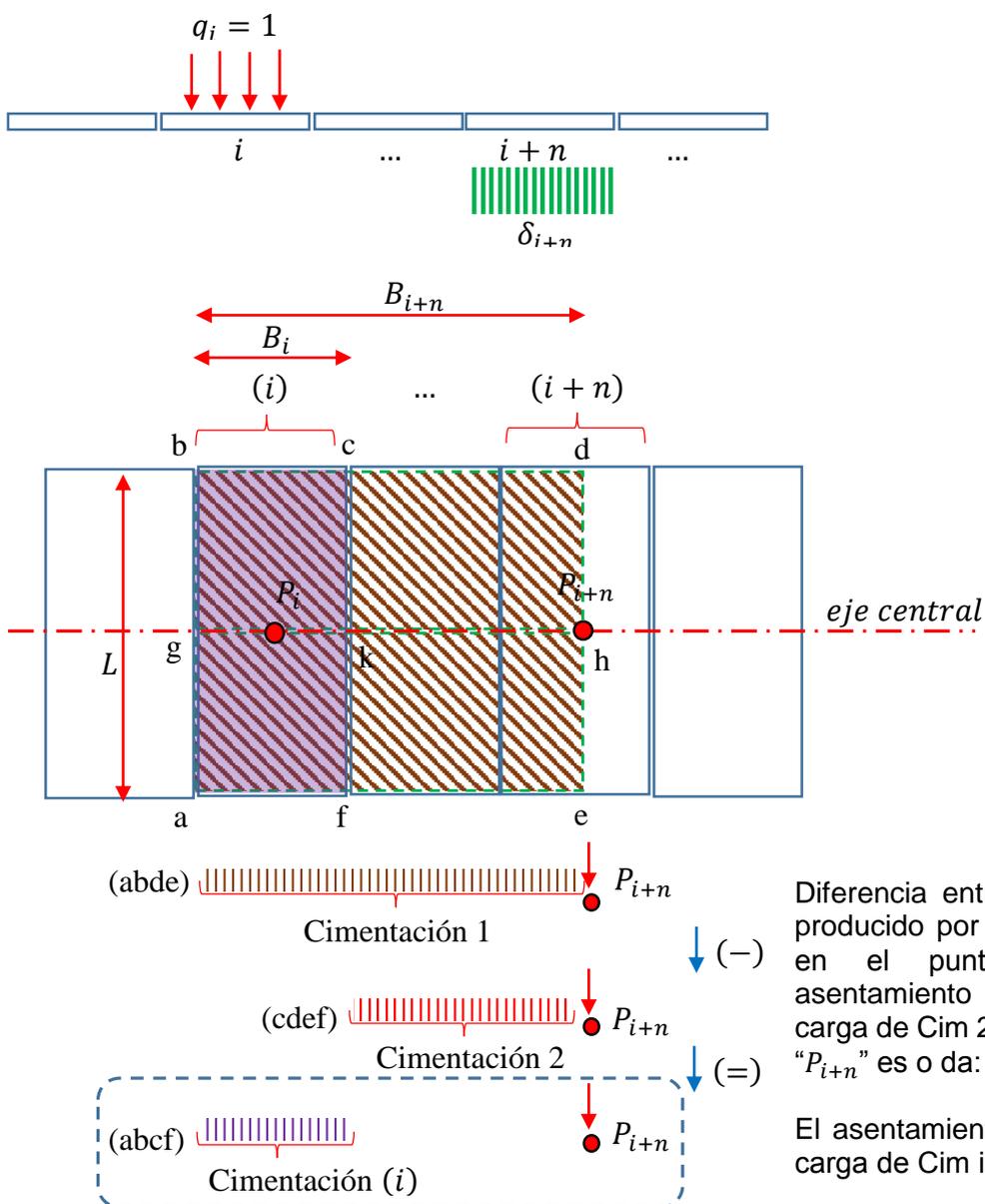
En forma general, el diagrama de procedimientos a seguir se resume como sigue:





### 5.2.3.1 Método Basado en la Teoría de la Elasticidad para Obtención de la Matriz de Flexibilidad y Matriz de Rigidez del Suelo

Para obtener de la matriz de rigidez del suelo, se crea un algoritmo implementado en Excel, que ayude a aplicar el concepto de los asentamientos basado en la teoría de la elasticidad, para obtención de la matriz de flexibilidad del suelo, de forma más general para una discretización unidireccional de “m” segmentos en el suelo. Debido a que las fórmulas del método para hallar los asentamientos basado en la teoría elástica de la teoría clásica lo hacen solo para las esquinas y centros de áreas rectangulares, cualquier punto fuera de estos debe ser hallado por medio del criterio de superposición, en el que el asentamiento fuera de estas dos posiciones consideradas, debe ser la diferencia de aplicar una zona cargada hasta ese punto menos la aplicación de una zona cargada entre la zona real de carga y la zona total cargada.



Diferencia entre el asentamiento producido por la carga de Cim 1 en el punto “ $P_{i+n}$ ”, y el asentamiento producido por la carga de Cim 2 en el mismo punto “ $P_{i+n}$ ” es o da:

El asentamiento producido por la carga de Cim i en el punto “ $P_{i+n}$ ”

Donde:

$$\delta_{ji} = 2[S_e c(bdhg) - S_e(cdhk)]$$

$$\delta_{ii} = S_e c(abcf)$$

$S_e c$  = asentamiento en el centro

$S_e$  = asentamiento en esquina

Para  $S_e c(bdhg)$ :  $L = \text{mayor} \left\{ \frac{L}{2}, B_{i+n} \right\}$   $B = \text{menor} \left\{ \frac{L}{2}, B_{i+n} \right\}$

Para  $S_e(cdhk)$ :  $L = \text{mayor} \left\{ \frac{L}{2}, B_{i+n} - B_i \right\}$   $B = \text{menor} \left\{ \frac{L}{2}, B_{i+n} - B_i \right\}$

$B_i = X$  (constante)

$B_{i+n} = Xn + \frac{1}{2}X$ ; siempre que  $n > 0$

$$\therefore B_{i+n} - B_i = X(n - 1) + \frac{1}{2}X$$

Finalmente obtendremos la matriz de deformaciones debido a presiones unitarias o llamada matriz de flexibilidad del suelo:

$$\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{21} & \delta_{31} & \cdots & \delta_{m1} \\ + & + & + & + & + \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{32} & \cdots & \delta_{m2} \\ + & + & + & + & + \\ \delta_{13} & \delta_{23} & \delta_{33} & \cdots & \delta_{m3} \\ + & + & + & + & + \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \delta_{m4} \\ + & + & + & + & + \\ \delta_{1m} & \delta_{2m} & \delta_{3m} & \delta_{4m} & \delta_{mm} \end{pmatrix} = [\delta]$$

Sus unidades son de metros por unidad de presión  $\left( \frac{m}{\text{ton}/m^2} \text{ por ejemplo} \right)$

Con la cual se obtiene la matriz de rigidez del suelo  $[K_{\text{suelo}}]$  ante fuerzas concentradas en el centro de cada área producto de la discretización en lugar de presiones, invirtiendo la matriz de flexibilidad y multiplicándola por el área de cada franja producto de la discretización ( $A_0$ ).

$$\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{21} & \delta_{31} & \dots & \delta_{m1} \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{32} & \dots & \delta_{m2} \\ \delta_{13} & \delta_{23} & \delta_{33} & \dots & \delta_{m3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta_{1m} & \delta_{2m} & \delta_{3m} & \delta_{4m} & \delta_{m5} \end{pmatrix}^{-1} \times A_0 = [K_{suelo}]$$

### 5.2.3.2 Caso Apoyo Rígido

Para este caso, se utiliza como datos de entrada, los datos de los registros sísmicos debidamente corregidos, filtrados y escalados normativamente, los cuales ya se obtuvieron para los ensayos a escala, por lo que serán los mismos.

En este caso, se asume una cimentación con apoyo rígido y empotrado, por lo que no existe interacción suelo-estructura entre un edificio y el otro. Esto servirá como un caso base de comparación en el que no hay efecto de la interacción suelo-estructura, para ser comparada con otro caso que si tiene este efecto y analizar los cambios.

El problema de hallar el registro de respuesta de cada nivel de cada edificio ante estos registros sísmicos, se reduce al uso de la metodología de superposición modal para respuesta de edificio simple de varios grados de libertad (VGDL) ante excitaciones generales del terreno, analizado y explicado en los primeros capítulos.

Para esto se plantea el modelo de edificio tipo cortante, en el que se asume masas concentradas por piso y la rigidez está dada por los elementos de entrepiso (columnas), para el cual el primer paso es hallar las propiedades dinámicas de cada edificio, estos son:

- Frecuencias naturales y consecuentemente periodos naturales.
- Matriz modal normalizada

Mediante las propiedades que ya se conocen:

- Matriz de rigidez
- Matriz de masas

De los datos tomados del modelo (pesos, medidas longitudinales, rigidez por piso) llevados a la escala real 1/1 tenemos:

Nota: mediante el metrado de los planos y cargas adicionales de cada nivel en escala real tiene una masa de 300Ton/(m/s<sup>2</sup>), excepto en el último nivel de cada edificio,

donde existe un mayor peso asignado por el peso adicional del acelerómetro colocado, 320Ton/(m/s<sup>2</sup>) en último nivel a escala real 1/1.

Edificio 2 niveles:

		[M] Ton/(m/s <sup>2</sup> )				[K]e Ton/m	
		1	2			1	2
1		0.30	0.00	1		89.96	-47.86
2		0.00	0.32	2		-47.86	47.86

		W <sup>2</sup>	Det	W	T
1		53.33	9.68865E-07	7.30	0.860
2		396.27	1.25809E-10	19.91	0.316

**[φ] MATRIZ MODAL NORMALIZADA**

		1	2
1		0.974	1.538
2		1.503	-0.952

		0.294	0.464
		0.475	-0.301
Γ (F.Part.)		-0.769	-0.163
F.Part.Mod		0.75	0.25
F.Part.Mas		95.7%	4.3%

Tabla muestra una parte de procesamiento de SISMO 1, ICA\_15-08-2007\_(E-W):

				VAR. SUSTIT.		1	2						
				E	Δt	w	w						
EXITACIÓN DEL SUELO				0.035	0.005	7.303	19.907	POSICION		VELOCIDAD		ACELERACION	
TIEMPO	POS	VEL	ACEL	(m)	(m)	1	2	1	2	1	2		
t	Xs	Vs	As	X1	X2	x	x	v	v	a	a		
1	0.000	0	0	-0.0016	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.002	
2	0.005	0.0000	0.0000	-0.0015	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	
3	0.010	0.0000	-0.0001	-0.0012	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	
4	0.015	0.0000	-0.0001	-0.0009	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.000	
5	0.020	0.0000	-0.0001	-0.0009	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.000	
6	0.025	0.0000	-0.0001	-0.0014	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.000	
7	0.030	0.0000	-0.0002	-0.0022	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	0.000	
8	0.035	0.0000	-0.0002	-0.0030	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.001	
9	0.040	0.0000	-0.0003	-0.0031	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	0.000	
10	0.045	0.0000	-0.0003	-0.0025	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.001	
11	0.050	0.0000	-0.0004	-0.0013	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	
12	0.055	0.0000	-0.0004	-0.0002	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.003	
13	0.060	0.0000	-0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.003	

14	0.065	-0.0001	-0.0004	-0.0009	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001
15	0.070	-0.0001	-0.0004	-0.0026	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002
16	0.075	-0.0001	-0.0005	-0.0042	0.0000	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.004
17	0.080	-0.0001	-0.0006	-0.0048	0.0000	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.005
18	0.085	-0.0001	-0.0007	-0.0039	0.0000	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.003
19	0.090	-0.0001	-0.0007	-0.0020	0.0000	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000
20	0.095	-0.0001	-0.0007	-0.0002	0.0000	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.003

La zona central sombreada indica las respuestas del nivel 1 y nivel 2 respectivamente.

Edificio 3 niveles:

	[M] Ton/(m/s <sup>2</sup> )			[K]e Ton/m		
	1	2	3	1	2	3
1	0.30	0.00	0.00	89.96	-47.86	0.00
2	0.00	0.30	0.00	-47.86	95.72	-47.86
3	0.00	0.00	0.32	0.00	-47.86	47.86

	W <sup>2</sup>	Det	W	T
1	28.52	5.73629E-06	5.34	1.177
2	232.30	-4.22327E-06	15.24	0.412
3	506.02	-1.97024E-10	22.49	0.279

**[φ] MATRIZ MODAL NORMALIZADA**

	1	2	3
1	0.625	1.355	1.043
2	1.063	0.562	-1.367
3	1.309	-1.054	0.584

	0.189	0.409	0.315
	0.321	0.170	-0.412
	0.414	-0.333	0.185
Γ (F.Part.)	-0.923	-0.246	-0.087
F.Part.Mod	0.58	0.33	0.09
F.Part.Mas	92.6%	6.6%	0.8%

Tabla muestra una parte de procesamiento de SISMO 1, ICA\_15-08-2007\_(E-W):

EXITACIÓN DEL SUELO				VAR. SUSTIT.			1 2 3			POSICION			VELOCIDAD			ACELERACION					
TIEM.	POS	VEL	ACEL	E	Δt	w	w	w	1	2	3	1	2	3	1	2	3				
t	Xs	Vs	As	(m)	(m)	(m)	x	x	x	v	v	v	a	a	a						
1	0.000	0	0	-0.0016	0.035	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.002	-0.002	
2	0.005	0.0000	0.0000	-0.0015	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.001
3	0.010	0.0000	-0.0001	-0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.001

4	0.015	0.0000	-0.0001	-0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.000	0.000
5	0.020	0.0000	-0.0001	-0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.000	0.001
6	0.025	0.0000	-0.0001	-0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.000	0.001
7	0.030	0.0000	-0.0002	-0.0022	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.001	0.000
8	0.035	0.0000	-0.0002	-0.0030	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.003	-0.001	-0.001
9	0.040	0.0000	-0.0003	-0.0031	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.003	-0.001	0.000
10	0.045	0.0000	-0.0003	-0.0025	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	0.001	0.001
11	0.050	0.0000	-0.0004	-0.0013	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.002
12	0.055	0.0000	-0.0004	-0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.003
13	0.060	0.0000	-0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.002
14	0.065	-0.0001	-0.0004	-0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.000
15	0.070	-0.0001	-0.0004	-0.0026	0.0000	0.0000	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.003
16	0.075	-0.0001	-0.0005	-0.0042	0.0000	0.0001	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.002	-0.005
17	0.080	-0.0001	-0.0006	-0.0048	0.0000	0.0001	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.003	-0.003	-0.005
18	0.085	-0.0001	-0.0007	-0.0039	0.0000	0.0001	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.002	-0.003
19	0.090	-0.0001	-0.0007	-0.0020	0.0000	0.0001	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001
20	0.095	-0.0001	-0.0007	-0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.002	0.004

La zona central sombreada indica las respuestas del nivel 1, nivel 2 y nivel 3 respectivamente.

### 5.2.3.3 Caso Apoyo Flexible (interacción suelo-estructura)

Para este caso al igual que para el anterior, se utiliza como datos de entrada los datos de los registros sísmicos debidamente corregidos, filtrados y escalados normativamente, los cuales ya se obtuvieron para los ensayos a escala, por lo que serán los mismos.

En este caso, se asume una cimentación con apoyo flexible, por lo que existe una interacción suelo-estructura entre ambos edificios, debido a que además comparten una cimentación central.

El problema de hallar el registro de respuesta de cada edificio ante estos registros sísmicos, se aborda con el uso de los siguientes conceptos y métodos:

- a) Método basado en la teoría de la elasticidad para obtención de la matriz de flexibilidad y matriz de rigidez del suelo.
- b) Análisis matricial de cimiento tipo viga sobre apoyos elásticos con la matriz de rigidez del suelo.
- c) La metodología de superposición modal para respuesta de edificio simple de varios grados de libertad (VGDL) ante excitaciones generales del terreno, analizado y explicado en los primeros capítulos.
- d) Interacción dinámica suelo-estructura despreciando la masa de la cimentación.

Para esto, al igual que en el caso anterior, se plantea el modelo de edificio tipo cortante, en el que se asume masas concentradas por piso y la rigidez está dada por los elementos de entrepiso (columnas), para el cual el primer paso es hallar las propiedades dinámicas de cada edificio, estos son:

- Frecuencias naturales iniciales ( $w_0$ ) y consecuentemente periodos naturales iniciales ( $T_0$ )
- Matriz modal normalizada inicial

Mediante las propiedades que ya se conocen:

- Matriz de rigidez inicial
- Matriz de masas (esta propiedad si se mantiene invariable durante todo el proceso)

La referencia “inicial” en este segundo caso es debido a que solo tienen ese valor en la primera iteración, debido al proceso de interacción en el que a su vez debido a los asentamientos diferenciales entre cada punto de apoyo de las columnas, modifica el comportamiento dinámico de la estructura, es decir la matriz de rigidez, frecuencias naturales y matriz modal normalizada de la estructura por cada iteración que se realice, esto es por cada valor de aceleración ingresada cada intervalo de tiempo del registro sísmico corregido elegido.

Entonces para iniciar se utilizan los mismos datos del caso anterior, se muestra el procedimiento usado en el SISMO 1, ICA\_15-08-2007\_(E-W):

Edificio 2 niveles:

	[M]	Ton/(m/s <sup>2</sup> )		[K]e	Ton/m
	1	2		1	2
1	0.30	0.00	1	89.96	-47.86
2	0.00	0.32	2	-47.86	47.86

	W <sup>2</sup>	Det	W	T
1	53.33	9.68865E-07	7.30	0.860
2	396.27	1.25809E-10	19.91	0.316

**[Φ]** MATRIZ MODAL NORMALIZADA

	1	2
1	0.974	1.538
2	1.503	-0.952

0.294	0.464
-------	-------

	0.475	-0.301
$\Gamma$ (F.Part.)	-0.769	-0.163
F.Part.Mod	0.75	0.25
F.Part.Mas	95.7%	4.3%

Edificio 3 niveles:

	[M] Ton/(m/s <sup>2</sup> )			[K]e Ton/m		
	1	2	3	1	2	3
1	0.30	0.00	0.00	89.96	-47.86	0.00
2	0.00	0.30	0.00	-47.86	95.72	-47.86
3	0.00	0.00	0.32	0.00	-47.86	47.86

	W <sup>2</sup>	Det	W	T
1	28.52	5.73629E-06	5.34	1.177
2	232.30	-4.22327E-06	15.24	0.412
3	506.02	-1.97024E-10	22.49	0.279

**[ $\phi$ ] MATRIZ MODAL NORMALIZADA**

	1	2	3
1	0.625	1.355	1.043
2	1.063	0.562	-1.367
3	1.309	-1.054	0.584

	0.189	0.409	0.315
	0.321	0.170	-0.412
	0.414	-0.333	0.185
$\Gamma$ (F.Part.)	-0.923	-0.246	-0.087
F.Part.Mod	0.58	0.33	0.09
F.Part.Mas	92.6%	6.6%	0.8%

PROCESAMIENTO (secuencia horizontal continua de izquierda a derecha)

		VAR. SUSTIT.		EXITACIÓN DEL SUELO			RESULTADOS FINALES				
		E	$\Delta t$	TIEMPO	POS	VEL	ACEL	X1	X2	X3	
		0.035	0.005	Nº	t	Xs	Vs	As	X1	X2	X3
1	0	0	0	-0.0016					0.0000	0.0000	0.0000
2	0.005	0.0000	0.0000	-0.0015	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.01	0.0000	0.0000	-0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.015	0.0000	0.0000	-0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.02	0.0000	0.0000	-0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.025	0.0000	0.0000	-0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

			POSICION			VELOCIDAD			ACELERACION		
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
w	w	w	x	x	x	v	v	v	a	a	a
4.905	13.748	19.874	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.002	-0.002
5.340	15.241	22.495	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.001
0.121	12.451	21.733	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.001
0.327	12.456	21.734	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.001
0.623	12.474	21.737	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.001
0.976	12.509	21.744	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.001

Cuadro de fuerzas finales Edificio 3 niveles :	$\Sigma M1$	Ton R1	Ton R2	Ton-m M $\theta$ 1	Ton-m M $\theta$ 2
		0.000	-0.22986	-0.22988	-0.00001

h (m)			INTERACCION				
3.33	3	3	$\Sigma M1$	R1	R2	M $\theta$ 1	M $\theta$ 2
1	2	3					
M'	M'	M'					
0.000	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00
0.000	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00
0.000	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00
0.000	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00
0.000	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00
0.000	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00

Cuadro de fuerzas finales Edificio 2 niveles :	$\Sigma M2$	Ton R3	Ton R4	Ton-m M $\theta$ 3	Ton-m M $\theta$ 4
		0.00003	-0.22986	-0.22988	-0.00001

RESULTADOS FIN.						POSICION		VELOCIDAD	
X1	X2	X1	X2	1	2	1	2	1	2
				w	w	x	x	v	v
		0.0000	0.0000	6.798	17.830	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.303	19.907	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.148	17.609	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.400	17.614	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.761	17.626	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.194	17.652	0.000	0.000	0.000	0.000

h (m)

ACELERACION		3.33	3						
1	2	1	2						
a	a	M'	M'	$\Sigma M2$	R3	R4	M $\theta$ 3	M $\theta$ 4	
-0.002	-0.002	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00	
-0.001	-0.001	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00	
-0.001	-0.001	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00	
-0.001	-0.001	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00	
-0.001	-0.001	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00	
-0.001	-0.001	0.000	0.000	0.000	-0.230	-0.230	0.00	0.00	

Donde los valores resaltados en amarillo correspondientes a los cuadros de fuerzas finales de cada edificio, son la extracción de los datos de  $\Sigma M1$ ,  $R1$ ,  $R2$ ,  $M\theta1$ ,  $M\theta2$ ,  $\Sigma M2$ ,  $R3$ ,  $R4$ ,  $M\theta3$ ,  $M\theta4$  correspondientes a la vez a uno de los dos pórticos de la dirección de análisis (esto para poder obtener las fuerzas de las columnas de a uno y no de par en par) y a la fila del orden de iteración de análisis ( $N^\circ$ ), las cuales se obtienen del planteamiento de equilibrio en cada edificio, con las fuerzas verticales por nivel obtenidas con los datos de desplazamientos relativos a la base de cada edificio “X1, X2, X3 y X1, X2” de la columna “Resultados finales” correspondientes a la fila del orden de iteración de análisis ( $N^\circ$ ).

Estos resultados corresponden al esquema siguiente mostrado:



**Figura 75.** Grados de libertad y fuerzas por zapatas, idealizadas como vigas sobre resortes.

Estas fuerzas resultantes (en la iteración analizada) son transmitidas al procesamiento de “análisis matricial de cimiento tipo viga sobre apoyos elásticos con la matriz de rigidez del suelo” para cada una de las cimentaciones.

La matriz de rigidez del suelo es hallada previamente para cada tipo de zapata analizada, básicamente dos tipos, central compartida y la de borde igual para cada edificio.

Se halla para cada zapata debido a que la discretización horizontal del suelo de apoyo se realiza correspondientemente a la discretización realizada al cimiento sobre este.

El procedimiento para hallar estas matrices de rigidez del suelo se realiza mediante el uso de la “sistematización del método para hallar asentamientos basado en la teoría

de la elasticidad para obtención de la matriz de flexibilidad del suelo”, vista y explicada en los capítulos de teoría anteriores.

A continuación, se muestra la aplicación de este procedimiento para los dos tipos de zapatas:

$E_s = 4342.20$ Ton/m <sup>2</sup>	<b>ZAP CENT</b>
$\mu = 0.30$	0.28      0.84      1.40      1.96
$B = 2.24$ m	0.56      0.56      0.56      0.56
$L = 1.30$ m	1      2      3      4
$D_f = 0.60$ m	1      0.00009      0.00001      0.00000      0.00000
$H = 0.75$ m	2      0.00001      0.00009      0.00001      0.00000
$D_f/B = 0.27$	3      0.00000      0.00001      0.00009      0.00001
$L/B = 0.58$	4      0.00000      0.00000      0.00001      0.00009

$A_o = 0.73$ m <sup>2</sup>	INV [d] =	11374.13   -1074.21   157.93   47.65
		-1074.21   11475.39   -1089.79   157.93
		157.93   -1089.79   11475.39   -1074.21
		47.65   157.93   -1074.21   11374.13

$A_o \times INV[d] =$	8280.37   -782.03   114.97   34.69
	-782.03   8354.08   -793.37   114.97
	114.97   -793.37   8354.08   -782.03
	34.69   114.97   -782.03   8280.37

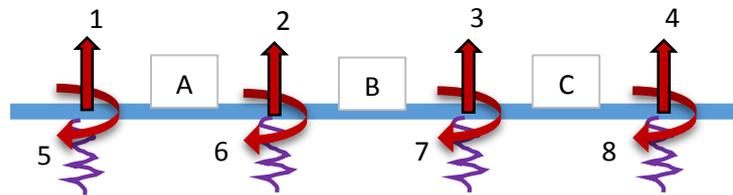
$E_s = 4342.20$ Ton/m <sup>2</sup>	<b>ZAP EXT</b>
$\mu = 0.30$	0.265      0.80      1.33
$B = 1.59$ m	0.53      0.53      0.53
$L = 0.90$ m	1      2      3
$D_f = 0.60$ m	1      0.00008      0.00001      0.00000
$H = 0.75$ m	2      0.00001      0.00008      0.00001
$D_f/B = 0.38$	3      0.00000      0.00001      0.00008
$L/B = 0.57$	

$A_o = 0.48$ m <sup>2</sup>	INV [d] =	12118.44   -1277.99   182.61
		-1277.99   12250.47   -1277.99
		182.61   -1277.99   12118.44

$A_o \times INV[d] =$	5780.50   -609.60   87.10
	-609.60   5843.47   -609.60
	87.10   -609.60   5780.50

Estas matrices de rigidez del suelo serán agregadas (por ser un análisis lineal sumadas) a la matriz de rigidez de cada zapata, en sus correspondientes grados de libertad.

Se muestra el proceso de esta incorporación de la matriz de rigidez del suelo y análisis en la zapata central en la correspondiente fila del orden de iteración de análisis (N°) y bajo los datos del sismo 1 que se planteó al inicio:



**Figura 76.** Grados de libertad en zapata central idealizada como viga sobre resortes.

Las fuerzas y momentos R2, R3, M02 y M03 transmitidos por los edificios a las zapatas se aplicarán en los grados de libertad 2, 3, 6 y 7 respectivamente.

La matriz de rigidez del suelo correspondiente a la discretización realizada a la cimentación, corresponde a los grados de libertad 5, 6, 7 y 8.

L =	1.30	m
h =	0.6	m
E =	268000.00	Ton/m <sup>2</sup>
Iz =	0.02340	m <sup>4</sup>

ELEMENTO	LONGITUD	INERCIA	DEF I	GIRO I	DEF J	GIRO J
A	0.56	0.023400	1	5	2	6
B	0.56	0.023400	2	6	3	7
C	0.56	0.023400	3	7	4	8

		1	5	2	6		D			
A	DEF I	1	428516.76	119984.69	-428516.76	119984.69	X	-0.000015	0.1099	V
	GIRO I	5	119984.69	44794.29	-119984.69	22397.14		-0.000005	0.0000	M
	DEF J	2	-428516.76	-119984.69	428516.76	-119984.69		-0.000017	-0.1099	V
	GIRO J	6	119984.69	22397.14	-119984.69	44794.29		-0.000003	0.0615	M

		2	6	3	7					
B	DEF I	2	428516.76	119984.69	-428516.76	119984.69	X	-0.000017	0.0000	V
	GIRO I	6	119984.69	44794.29	-119984.69	22397.14		-0.000003	-0.0615	M
	DEF J	3	-428516.76	-119984.69	428516.76	-119984.69		-0.000017	0.0000	V
	GIRO J	7	119984.69	22397.14	-119984.69	44794.29		0.000003	0.0615	M

		3	7	4	8					
C	DEF I	3	428516.76	119984.69	-428516.76	119984.69	X	-0.000017	-0.1099	V
	GIRO I	7	119984.69	44794.29	-119984.69	22397.14		0.000003	-0.0615	M
	DEF J	4	-428516.76	-119984.69	428516.76	-119984.69		-0.000015	0.1099	V
	GIRO J	8	119984.69	22397.14	-119984.69	44794.29		0.000005	0.0000	M

### Matriz de rigidez ensamblada

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	436797.13	-429298.79	114.97	34.69	119984.69	119984.69	0.00	0.00
2	-429298.79	865387.61	-429310.13	114.97	-119984.69	0.00	119984.69	0.00
3	114.97	-429310.13	865387.61	-429298.79	0.00	-119984.69	0.00	119984.69
4	34.69	114.97	-429298.79	436797.13	0.00	0.00	-119984.69	-119984.69
5	119984.69	-119984.69	0.00	0.00	44794.29	22397.14	0.00	0.00
6	119984.69	0.00	-119984.69	0.00	22397.14	89588.57	22397.14	0.00
7	0.00	119984.69	0.00	-119984.69	0.00	22397.14	89588.57	22397.14
8	0.00	0.00	119984.69	-119984.69	0.00	0.00	22397.14	44794.29

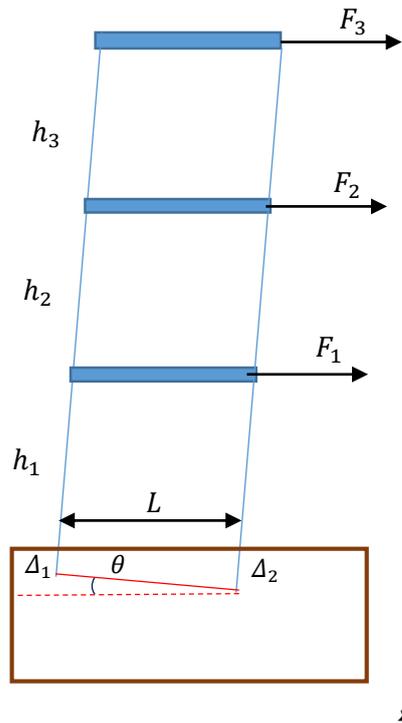
(Es aquí, en la zona entrelineada en donde se ha sumado la matriz de rigidez del suelo)

### Inversa de la matriz de rigidez ensamblada

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.0000945	0.0000508	0.0000127	-0.0000210	-0.0000802	-0.0000738	-0.0000630	-0.0000587
2	0.0000508	0.0000444	0.0000303	0.0000127	-0.0000082	-0.0000180	-0.0000299	-0.0000321
3	0.0000127	0.0000303	0.0000444	0.0000508	0.0000321	0.0000299	0.0000180	0.0000082
4	-0.0000210	0.0000127	0.0000508	0.0000945	0.0000587	0.0000630	0.0000738	0.0000802
5	-0.0000802	-0.0000082	0.0000321	0.0000587	0.0001678	0.0000948	0.0000550	0.0000436
6	-0.0000738	-0.0000180	0.0000299	0.0000630	0.0000948	0.0001096	0.0000673	0.0000550
7	-0.0000630	-0.0000299	0.0000180	0.0000738	0.0000550	0.0000673	0.0001096	0.0000948
8	-0.0000587	-0.0000321	0.0000082	0.0000802	0.0000436	0.0000550	0.0000948	0.0001678

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 \text{R2} = \\
 \text{R3} = \\
 \\
 \text{M}\theta 2 = \\
 \text{M}\theta 3 =
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{P} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline 0.00 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline -0.23 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline -0.23 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline 0.00 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \text{D} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline -0.000015 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline -0.000017 \\
 \hline
 \end{array} = \Delta 2 \text{ (m)} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline -0.000017 \\
 \hline
 \end{array} = \Delta 3 \text{ (m)} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline -0.000015 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline -0.000005 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline -0.000003 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline 0.000003 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{|c|}
 \hline 0.000005 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

Aquí se hace una equivalencia entre los asentamientos bajo cada punto de apoyo (columna) de cada edificio, para hallar el ángulo de rotación global equivalente de cada edificio:



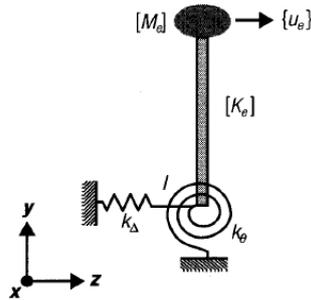
Donde:

Las fuerzas  $F_i$  son halladas con los desplazamientos horizontales relativos a la base  $X_i$  y la rigidez por piso  $k_i$ .

$$\sin \theta = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{L} \approx \theta \text{ rad}$$

$$M_{equiv} = F_3(h_1 + h_2 + h_3) + F_2(h_1 + h_2) + F_1(h_1)$$

$$K_\theta = \frac{M_{equiv}}{\theta \text{ rad}}$$



Recordando los factores dinámicos equivalentes de la interacción suelo-estructura, se obtiene  $K_\theta$  y se le asume a  $K_\Delta \gg K_\theta$ , es decir que hay una restricción del movimiento horizontal casi total por parte del suelo (hasta hacer mayores estudios de  $K_\theta$ ).

**Figura 77.** Esquema de rigidez rotacional generalizada equivalente, debido a la diferencia de asentamientos.

Posterior a este análisis, para el instante de tiempo analizado o correspondiente número de iteración ( $N^\circ$ ), el valor obtenido  $K_\theta$  y un valor asumido muy grande de  $K_\Delta$  son utilizados en la aplicación de los conceptos de “interacción dinámica suelo-estructura despreciando la masa de la cimentación” (ver explicación en capítulos anteriores), proceso en el cual se obtendrá la **matriz de rigidez modificada** ( $[\hat{K}_e]$ ) de cada edificio por efecto de la interacción suelo-estructura.

Recordando que el procedimiento aplicado fue el siguiente:

$$[\hat{K}_e] = \left( [I] - \frac{k_\theta(1 + \beta_\theta)[K]\{J\}\{J\}^T - (\{J\}^T[K]\{H\})([K]\{J\}\{H\}^T + [K]\{H\}\{J\}^T) + k_\Delta(1 + \beta_\Delta)[K]\{H\}\{H\}^T}{k_\theta k_\Delta(1 + \beta_\theta + \beta_\Delta + (1 - \gamma)\beta_\theta\beta_\Delta)} \right) [K]$$

Si:

$$[G] = \left( [I] - \frac{k_\theta(1 + \beta_\theta)[K]\{J\}\{J\}^T - (\{J\}^T[K]\{H\})([K]\{J\}\{H\}^T + [K]\{H\}\{J\}^T) + k_\Delta(1 + \beta_\Delta)[K]\{H\}\{H\}^T}{k_\theta k_\Delta(1 + \beta_\theta + \beta_\Delta + (1 - \gamma)\beta_\theta\beta_\Delta)} \right)$$

Entonces:

$$[\hat{K}_e] = [G][K]$$

Donde:

$[I]$  Es la matriz identidad.

$[G]$  Es la matriz de transformación.

$\{J\}$  Es el vector  $\{1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1\}$ .

$\{H\}$  Es el vector que contiene las alturas relativas a la base  $\{h_1 h_2 h_3 h_4 \dots h_5\}$ .

$k_\Delta$  Es la rigidez lateral generalizada de la cimentación.

$k_\theta$  Es la rigidez rotacional generalizada de la cimentación.

$$\beta_\theta = \frac{\{H\}^T [K] \{H\}}{k_\theta}$$

$$\beta_\Delta = \frac{\{J\}^T [K] \{J\}}{k_\Delta}$$

$$\gamma = \frac{(\{J\}^T [K] \{H\})^2}{(\{J\}^T [K] \{J\})(\{H\}^T [K] \{H\})}$$

[G]		
0.138311	-0.861689	-0.861689
0.000000	1.000000	0.000000
0.000000	0.000000	1.000000

[K]		
89.96	-47.86	0.00
-47.86	95.72	-47.86
0.00	-47.86	47.86

[G]×[K]		
53.68	-47.86	0.00
-47.86	95.72	-47.86
0.00	-47.86	47.86

Obteniéndose la matriz de rigidez modificada para el edificio de 3 niveles en este caso, para el instante de tiempo analizado o número de iteración correspondiente (N°), siendo esta matriz modificada la que reemplazará a la matriz de rigidez inicial  $[\hat{K}_e] \rightarrow [K_e]$  y empezará una nueva iteración con los mismos procesos, en los cuales se irán acumulando los valores de “X1, X2, X3 y X1, X2” de la columna “Resultados finales” (mostrada en los procesos anteriores) por cada iteración realizada hasta haber procesado todos los datos del registro de aceleraciones evaluado.

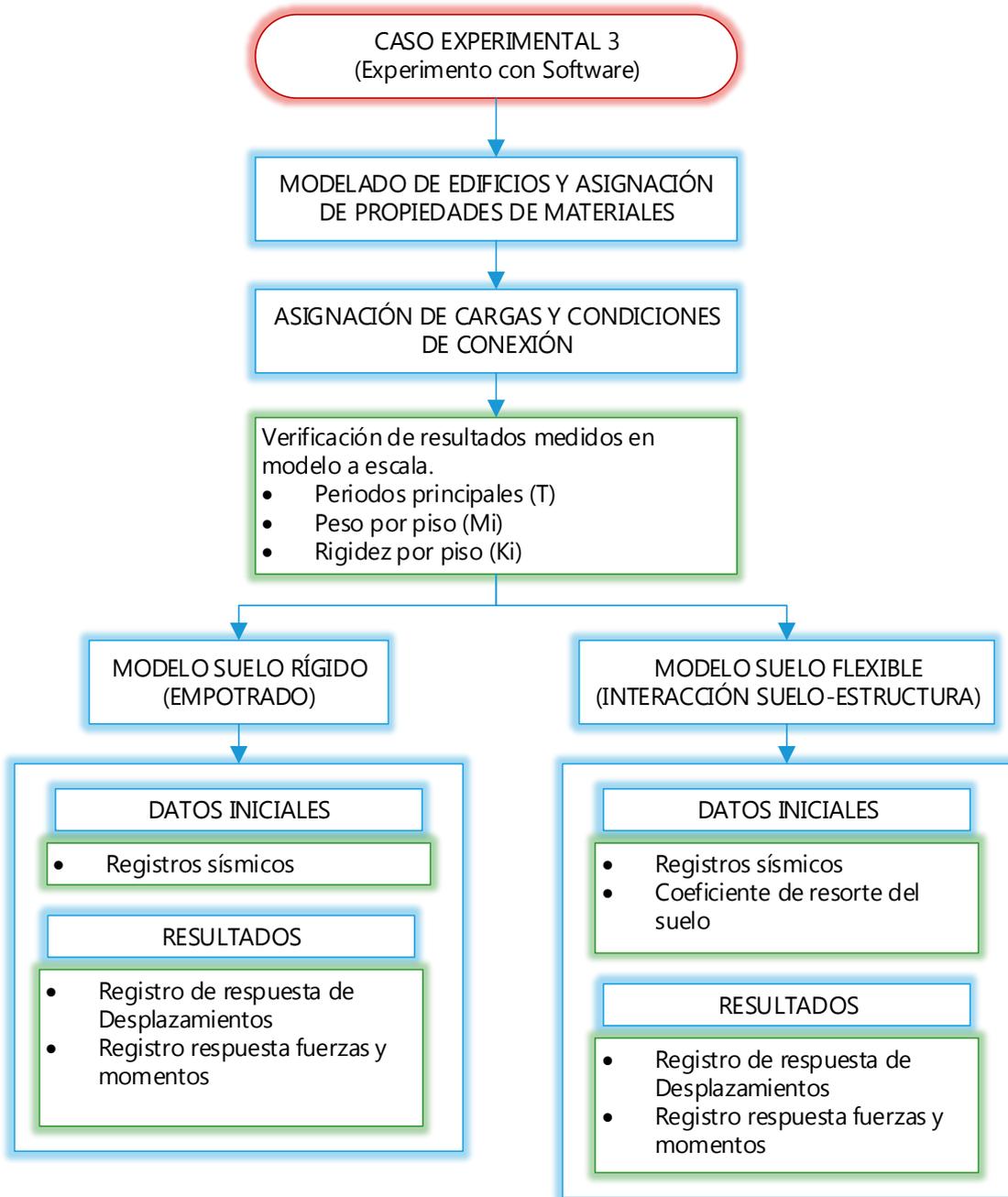
Con esto entonces se entiende que en este proceso la matriz de rigidez de cada edificio no es estática sino dinámica, cambiando constantemente debido a que sus apoyos no son fijos, sino que mantienen una interacción con el suelo.

### 5.2.4 Caso Experimental 3, Experimento con Software

Para este caso se usará el apoyo de la tecnología en análisis computacional, particularmente mediante el software “ETABS”, el cual como ya se explicó es un software de gran acogida en muchas partes del mundo por su interface sencilla para el análisis y diseño de edificaciones.

Aquí al igual que en el experimento analítico, la estructura se analizará en condiciones de escala de 1/1 y se subdividirá en un caso con la cimentación empotrada y otro con la cimentación flexible.

A continuación, se muestra el diagrama de procedimientos a realizar:



### 5.2.4.1 Modelado de Edificios y Asignación de Propiedades a los Materiales

Se realiza el modelo 3D con los datos de los planos de los edificios, y se asigna las propiedades de cada material.

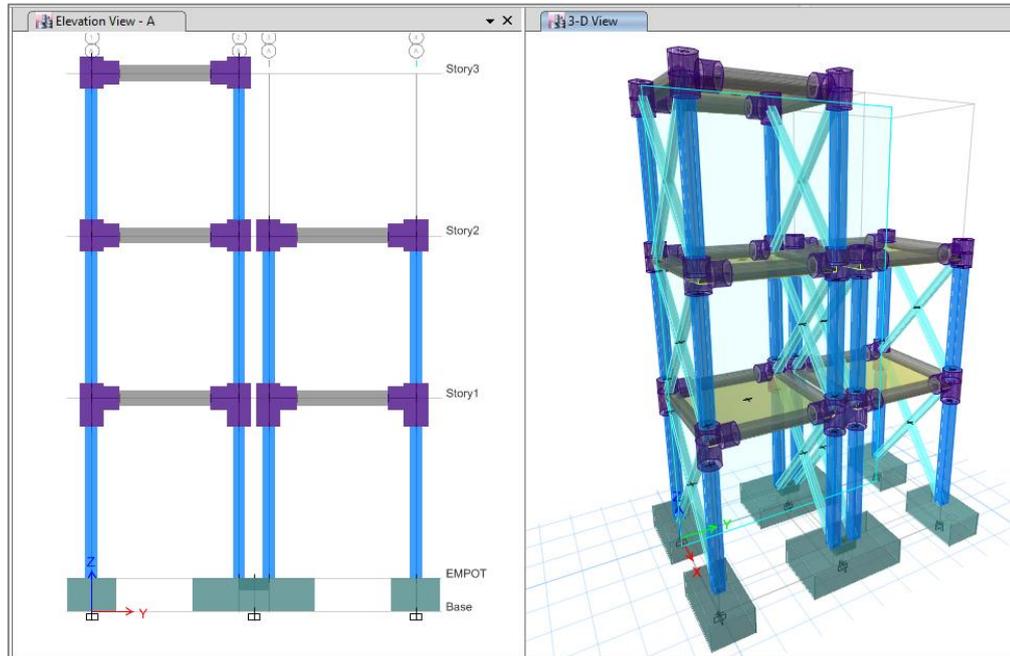


Figura 78. Izquierda elevación principal de análisis, derecha vista 3D global.

Se asignan las cargas establecidas en el experimento analítico, tal como sigue y en concordancia con los experimentos anteriores:

Resumen de pesos del ensayo a escala 1/15:

Modelo	3041.0 g
2 Acelerómetros + Tornillos	208.0 g
5 Losetas (sobrecarga)	1762.0 g
Total Modelo + losetas + acelerómetro	= 5011.0 g

Tomando en cuenta que el área de losa es 2.7x2.7m

Del ensayo a escala 1/15:

S/C loseta = peso de 1 loseta = 352.4g

En escala 1/1:

$$s/c = \frac{0.3524 \times (15^3)}{(2.7 \times 2.7)} = 163 \text{ kg/m}^2$$

Del ensayo a escala 1/15:

\*S/C acelerómetro = peso de 1 acelerómetro = 104.0g

En escala 1/1:

$$s/c = \frac{0.104 \times (15^3)}{(2.7 \times 2.7)} = 48.2 \text{ kg/m}^2$$

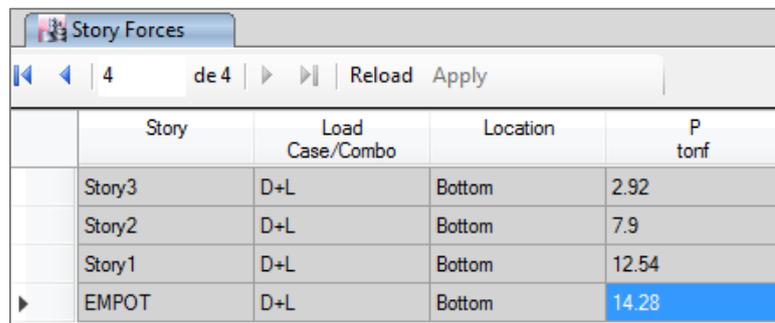
\*Se acota de que esta sobrecarga se aplica solo en el último nivel de cada edificio.

Se entiende de que adicionalmente al peso de las losetas, el modelo virtual es algo ideal donde no se están considerando pesos adicionales del pegamento, resinas en las uniones, sobre longitudes en las uniones (elementos vigas y columnas que entran en las uniones), irregularidades, etc.

Por lo que al hacer la primera prueba en el modelo virtual considerando:

- Peso propio de toda la estructura, colocando el peso específico de material a cada elemento según correspondiera.
- s/c losetas en todos los pisos.
- s/c acelerómetros solo en los últimos niveles de cada edificio.

Se obtuvo el siguiente peso del modelo en software:



Story	Load Case/Combo	Location	P tonf
Story3	D+L	Bottom	2.92
Story2	D+L	Bottom	7.9
Story1	D+L	Bottom	12.54
EMPOT	D+L	Bottom	14.28

**Figura 79.** Pesos por piso en software Etabs (escala real 1/1).

Evaluando el peso del modelo físico a escala 1/15 planteado:

$$P = 0.5011 \times 15^3 = 16.912 \text{ Ton}$$

Lo cual es la constatación de lo anteriormente explicado.

Se agrega una sobrecarga de construcción a cada nivel para suplir la diferencia, que por simple inspección debería ser la siguiente:

$$16.912 - 14.280 = 2.632 \text{ Ton}$$

$$\frac{2.632}{5} = 0.526 \text{ Ton}$$

$$S/C \text{ construcción} = \frac{526}{2.7 \times 2.7} = 72 \text{ kg/m}^2$$

Lo cual al asignar al modelo se verifica la compatibilidad por peso:

Story	Load Case/Combo	Location	P tonf
Story3	D+L	Bottom	3.44
Story2	D+L	Bottom	9.48
Story1	D+L	Bottom	15.16
EMPOT	D+L	Bottom	16.91

**Figura 80.** Resumen de pesos acumulados por nivel.

Lo cual podemos interpretar de la siguiente manera:

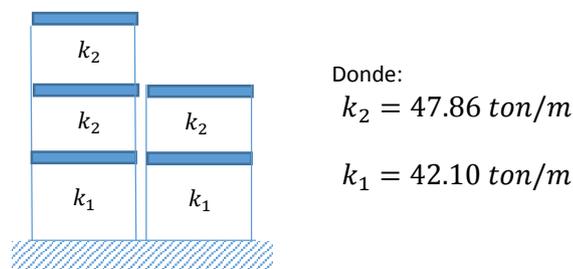
ACUMULADOS	PESO X PISO	tonf	tonf	tonf/(m/s2)	tonf/(m/s2)
		EDIFICIO 3P	EDIFICIO 2P	EDIFICIO 3P	EDIFICIO 2P
3.44	3.44	3.44		0.35	
9.48	6.04	3.02	3.02	0.31	0.31
15.16	5.68	2.84	2.84	0.29	0.29
16.91	1750	(cimiento)			

Donde los valores resaltados son aproximadamente los mismos valores de masas usados en el experimento por el método analítico.

### 5.2.4.2 Verificación de Rigidez por Piso

Como ya se mencionó, durante el primer caso de experimentación mediante el modelo físico a escala reducida, se realizaron ensayos para medir las características de la estructura que servirían para asignarlos directa o indirectamente a los experimentos matemáticos (analítico y con software) y que estos sean compatibles mediante los factores de escala al modelo físico a escala reducida.

Uno de los más importantes fue la rigidez por piso, cuyo resultado tomado del primer caso experimental escala 1/15 convertido ya a una equivalencia en escala 1/1 fue el siguiente:



**Figura 81.** Gráfico resumen de rigidez por piso.

Lo cual verificamos en el modelo con las siguientes proposiciones equivalentes:

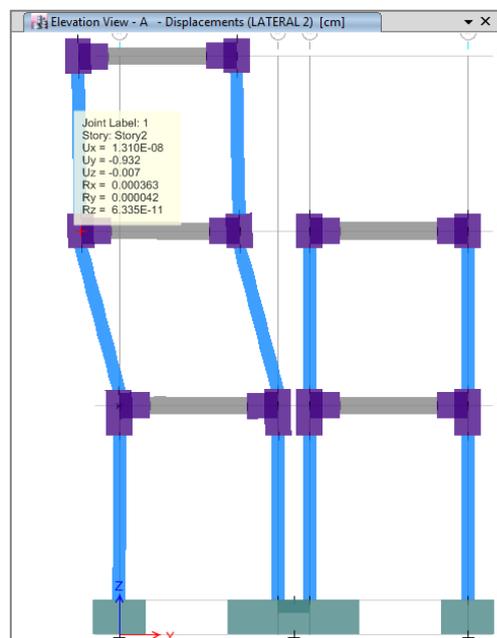
Para  $k_1$  equivale decir  $F = 0.421 \text{ Ton} \rightarrow d = 1 \text{ cm}$

Para  $k_2$  equivale decir  $F = 0.478 \text{ Ton} \rightarrow d = 1 \text{ cm}$

Para lo cual se asigna a las uniones del modelo que idealmente eran completamente rígidas, una cierta rigidez a momento, debido a que, en el empotramiento de columnas y vigas en los nudos, se rellenó con material de relativa flexibilidad (silicona), el cual otorga cierta permisibilidad de rotación, además de tener vigas que poseen mayor rigidez que las columnas, pero tampoco son infinitamente rígidas.

La rigidez a momento =  $60 \text{ tonf-m/rad}$ , es aplicada justo entre las columnas y las zonas de nudos, que estaban representados por zonas más rígidas (brazos rígidos).

Realizando luego las pruebas de rigidez por piso, en las que en cada caso se aplicó la carga lateral concentrada correspondiente y se restringió movimiento en el nivel inferior en el caso de evaluación al piso superior.



**Figura 82.** Se verifica, aplicando  $0.478 \text{ tonf}$ , se desplaza un valor cercano a  $1 \text{ cm}$ .

### 5.2.4.3 Verificación de Periodos Naturales

Otro elemento importante a verificar es el periodo natural de la estructura empotrada, para lo cual hacemos referencia a los resultados del caso experimental analítico.

Para edificio de 3 niveles:

	$W^2$	Det	W	T
1	28.52	5.73629E-06	5.34	1.177
2	232.30	-4.22327E-06	15.24	0.412
3	506.02	-1.97024E-10	22.49	0.279

Para edificio de 2 niveles:

	$W^2$	Det	W	T
--	-------	-----	---	---

1	53.33	9.68865E-07	7.30	0.860
2	396.27	1.25809E-10	19.91	0.316

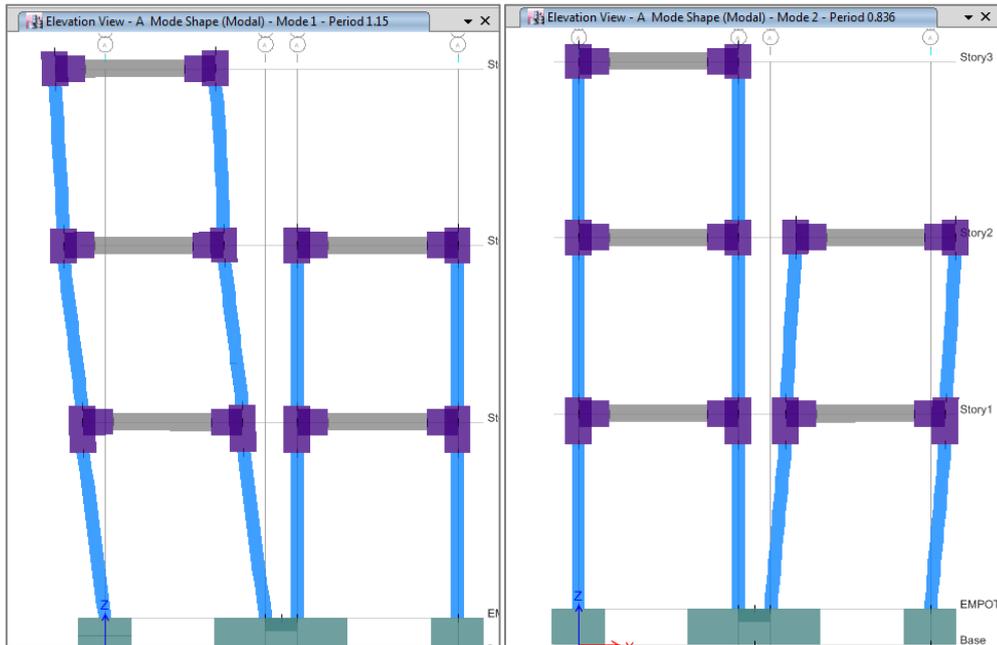


Figura 83. Izquierda periodo principal edificio 3 P, derecha periodo principal edificio 2 P.

En cuyo modelo se verifica el periodo principal del edificio de 3 niveles,  $T = 1.15$  s, y el periodo principal del edificio de 2 niveles,  $T = 0.836$  s.

#### 5.2.4.4 Modelo Suelo Flexible (interacción suelo-estructura)

Para el modelo considerando un suelo flexible, donde existe la interacción suelo-estructura con el software Etabs, se colocará elementos tipo “Shell” que son elementos planos con un mallado o discretización de elementos finitos, actuando como zapatas. Así también a estos elementos se les restringirá el movimiento solo horizontalmente, dejando que en la dirección vertical actúe otra propiedad que se le asignará.

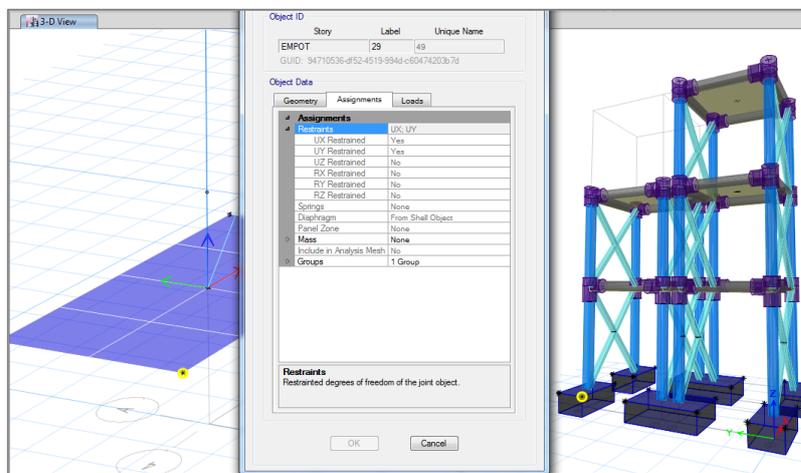


Figura 84. Discretización de zapatas, liberación de restricciones verticales en los nudos y asignación de propiedad de resortes sobre superficie.

A estas zapatas se les colocará la propiedad de estar apoyadas sobre resortes (cimentación de Winkler), para lo cual se debe hallar el módulo de Winkler o llamado de balasto equivalente del suelo, a partir de la matriz de deformaciones debido a esfuerzos unitarios del suelo hallado anteriormente.

Recordando que la matriz de deformaciones debido a esfuerzos unitarios (previa a la obtención de la matriz de rigidez del suelo) de una de las cimentaciones es la siguiente:

Es =	4342.20	Ton/m <sup>2</sup>	ZAP EXT			
μ =	0.30		0.265	0.80	1.33	
B =	1.59	m	0.53	0.53	0.53	
L =	0.90	m		1	2	3
Df =	0.60	m	1	0.00008	0.00001	0.00000
H =	0.75	m	2	0.00001	0.00008	0.00001
Df/B =	0.38		3	0.00000	0.00001	0.00008
L/B =	0.57					

Y en el caso del otro tipo de cimentación similar:

Es =	4342.20	Ton/m <sup>2</sup>	ZAP CENT				
μ =	0.30		0.28	0.84	1.40	1.96	
B =	2.24	m	0.56	0.56	0.56	0.56	
L =	1.30	m		1	2	3	4
Df =	0.60	m	1	0.00009	0.00001	0.00000	0.00000
H =	0.75	m	2	0.00001	0.00009	0.00001	0.00000
Df/B =	0.27		3	0.00000	0.00001	0.00009	0.00001
L/B =	0.58		4	0.00000	0.00000	0.00001	0.00009

Tomando el primer caso de cimentación (se demostrará que para la rigidez equivalente son similares tomar uno u otro caso), donde se aprecia que la deformación total debida a esfuerzos unitarios uniformes bajo la zona central, está dada por la sumatoria de los elementos resaltados en amarillo (columna 2), que sumando se obtiene 0.0001, muy similar a sumar los elementos de la columna 2 del segundo caso de cimentación.

Este valor se interpreta como 0.0001 m para un esfuerzo de 1 ton/m<sup>2</sup>, por lo que el módulo de Winkler o equivalentemente de balasto será el inverso:

Coeficiente de balasto = 10000 (ton/m<sup>2</sup>)/m = 10 kg/cm<sup>3</sup>.

Valor que se corresponde con una extrapolación y ubicación en las siguientes figuras referentes al módulo o coeficiente de balasto, respecto a las características del suelo usado según los resultados de ensayos en el CISMID:

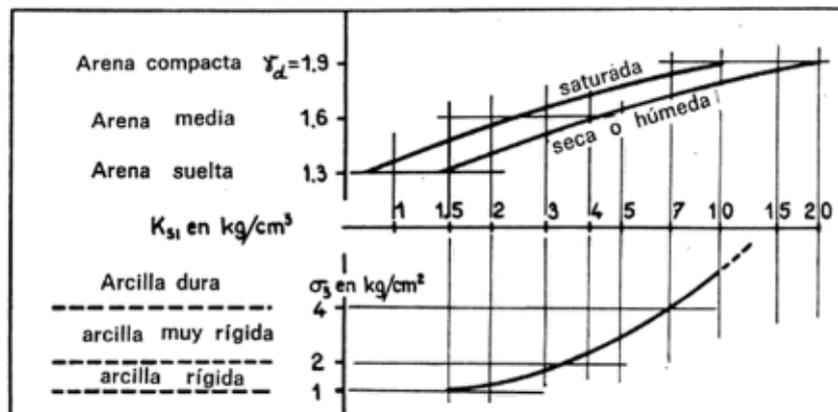
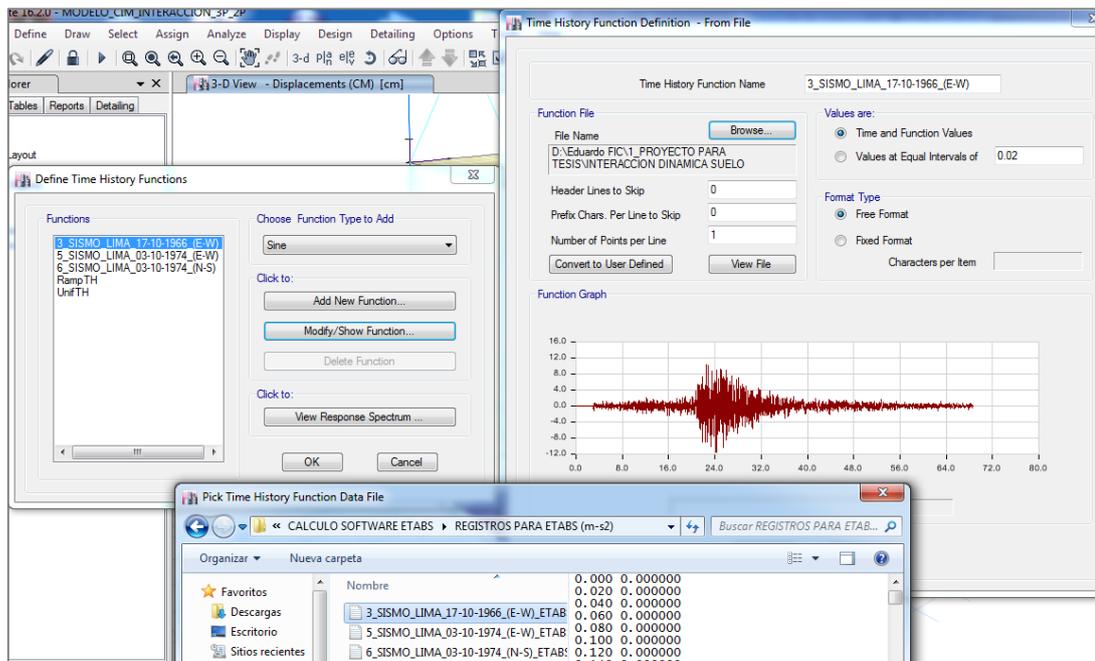


Figura 85. Coef. de balasto usuales para placa de ensayo 0.30x0.30 (Graux, 1975).

Tipo de suelo	$K_s$ en $\text{kg/cm}^3$
Grava gruesa con poca arena	20 - 25
Grava gruesa con arena fina	15 - 20
Grava media con arena gruesa	12 - 15
Grava media con arena fina	10 - 12
Grava fina con arena fina	8 - 10
Humus con arena y muchas piedras	10 - 12
Humus con arenas y pocas piedras	8 - 10
Arcilla seca dura	8 - 10
Arcilla seca	6 - 8
Arcilla húmeda	4 - 6
Arcilla mojada	2 - 4
Humus, arena y grava	1 - 2
Arena fina de ribera	1 - 1,5
Suelo pesado de turba y cenagoso	1 - 1,5
Suelo ligero de turba y cenagoso	0,5 - 1

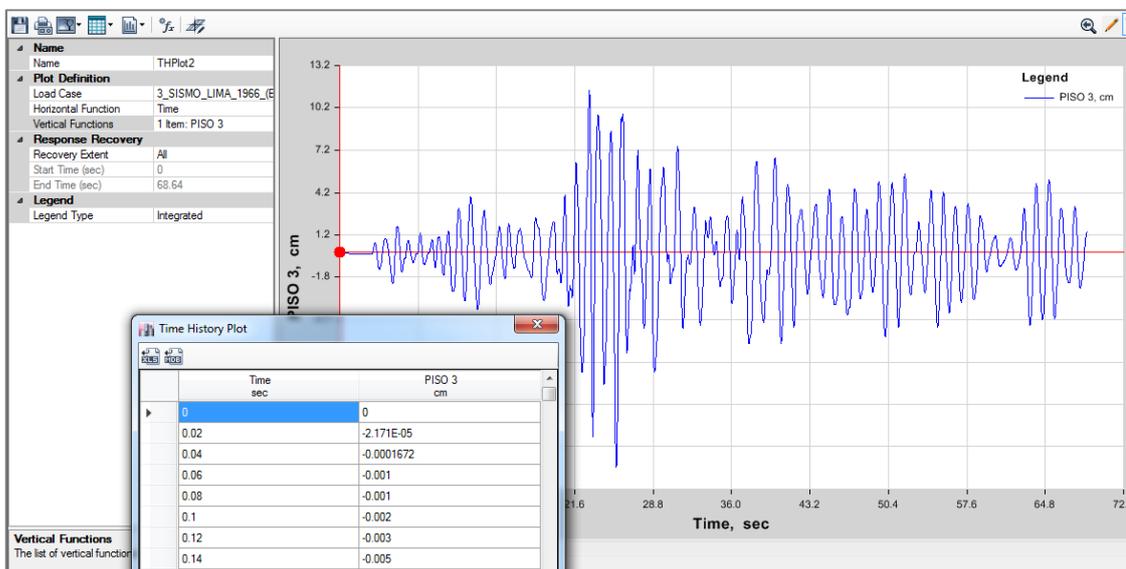
Figura 86. Valores de coeficiente de balasto típicos (González Caballero, 2001)

Se ingresan los mismos registros sísmicos utilizados en el experimento analítico:



**Figura 87.** Ingreso de los registros sísmicos usados en el experimento analítico al programa.

Además, se coloca el amortiguamiento estimado de la estructura (se asume constante para todos los modos), tipo linear modal ya que, recordando que el fundamento del experimento analítico está fundamentado en el desacoplamiento de los modos para procesar linealmente la contribución de cada uno en los resultados finales.

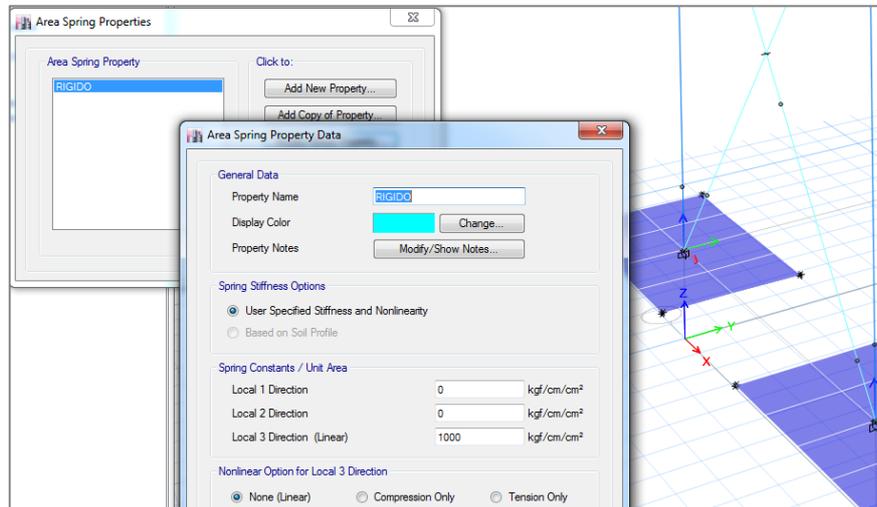


**Figura 88.** Extracción de registro de respuestas por piso, sismo y por dimensión (X, V, A).

Finalmente se extraen los resultados numéricos de la respuesta (registro de desplazamientos) de cada piso, para ser evaluados junto a los de los otros experimentos.

### 5.2.4.5 Modelo Suelo Rígido (empotrado)

Para el modelo con suelo rígido existen varias opciones para darle estas condiciones al modelo, una de ellas es generar apoyos con empotramiento directo en la base de las columnas, otra de ellas es usar el mismo modelo anterior (suelo flexible) y asignarle al valor de rigidez de resorte de las zapatas un valor muy elevado a comparación del módulo de balasto asignado en el modelo con suelo flexible ( $K_{rigido} \gg K_{flexible}$ ).



**Figura 89.** Asignación de rigidez de resorte equivalente 100 veces el de suelo flexible.

Así por ejemplo como en la imagen anterior, donde se colocó un coeficiente de balasto que es 100 veces el de suelo flexible.

Cualquiera de estos dos métodos es equivalente a un suelo rígido, el proceso fuera de esta diferencia es similar al anterior de suelo flexible.

## **CAPITULO 6: RESULTADOS**

### **6.1 DESCRIPCION DE RESULTADOS**

Como se ha podido apreciar, se han realizado tres tipos de experimentos:

- Caso experimental 1, ensayo a escala reducida
- Caso experimental 2, experimento analítico
- Caso experimental 3, experimento con software de elementos finitos

Cuyos resultados han sido procesados y comparados en una sola escala, escala real 1/1.

Los 6 sismos con los que se contaron en un inicio fueron:

- 1) SISMO DE ICA 15/08/2007, componente dirección E-W
- 2) SISMO DE ICA 15/08/2007, componente dirección N-S
- 3) SISMO DE LIMA 17/10/1966, componente dirección E-W
- 4) SISMO DE LIMA 17/10/1966, componente dirección N-S
- 5) SISMO DE LIMA 03/10/1974, componente dirección E-W
- 6) SISMO DE LIMA 03/10/1974, componente dirección N-S

Sin embargo, el procesamiento por el método generado e implementado mediante programación con rutinas Visual Basic Applications (VBA) para el modelo con interacción suelo estructura, el cual consume recursos de procesamiento, más aun tratándose de registros que en algunos casos contenían cerca de 20000 datos; por lo que se optó por usar efectivamente solo 3 de ellos:

- 3) SISMO DE LIMA 17/10/1966, componente dirección E-W
- 5) SISMO DE LIMA 03/10/1974, componente dirección E-W
- 6) SISMO DE LIMA 03/10/1974, componente dirección N-S

A continuación, una breve descripción sobre los resultados en cada caso:

#### **CASO EXPERIMENTAL 1 (ensayo a escala reducida)**

Se han obtenido resultados en dos subcasos, un primer caso de condición de empotramiento perfecto mediante apoyo rígido y un segundo caso de apoyo sobre un suelo flexible con presencia de la interacción suelo-estructura.

Se obtuvieron solo respuestas en los últimos niveles de cada edificio (de 3 y 2 pisos) ya que los acelerómetros con los que actualmente cuenta el equipo son 2 (adicionales al que ya está instalado en la plataforma móvil).

Sin embargo, como se mencionó en la nota final del experimento 1, estos resultados no pueden servir de comparación cuantitativa con respecto al de los modelos analítico y con software a escala real, debido a la no compatibilización previa a la construcción del modelo a escala reducida como se explica en la nota final del procedimiento del experimento 1, así también melló en contra de la compatibilización, el encontrar que el equipo de la Shake Table II tenía su propio sistema de filtro y que terminaría modificando los valores estimados de escalamiento de los sismos ingresados.

Finalmente, aunque el objetivo principal fue la obtención de resultados cuantificables y significativos respecto a otros modelos, se deja una valiosa información de procedimientos y métodos que culmina con la sección “**Compatibilidad e Interpretación de Resultados del Modelo a Escala Reducida**” que contiene los procedimientos técnicos básicos y necesarios para la compatibilización entre los modelos a escala reducida y su comparación a escala real, con verificaciones incluidas.

#### CASO EXPERIMENTAL 2 (experimento analítico)

En este caso, se llevó a cabo mediante la implementación de metodología técnica con métodos numéricos aplicados mediante programación con macros y Visual Basic en Excel.

Se han obtenido resultados en dos subcasos, un primer caso de condición de empotramiento perfecto mediante apoyo rígido y un segundo caso idealizado con apoyo sobre un suelo flexible con presencia de la interacción suelo-estructura, para este último mediante el uso de la matriz de rigidez del suelo.

En este caso se obtuvieron respuestas en todos los pisos o niveles de cada edificio (de 3 y 2 pisos).

#### CASO EXPERIMENTAL 3 (experimento con software de elementos finitos)

En este caso, se llevó a cabo mediante el uso del software Etabs (versión 2016).

Se han obtenido resultados en dos subcasos, un primer caso de condición de empotramiento perfecto mediante apoyo rígido y un segundo caso idealizado con apoyo sobre un suelo flexible, lo cual fue representado mediante resortes.

Es importante aclarar que esta representación es solo una aproximación al efecto de interacción suelo-estructura, ya que se colocan resortes que no tienen vínculos entre ellos y no se está colocando las propiedades de distribución en el suelo, las cuales son representadas mediante la matriz de rigidez del suelo.

En este caso se obtuvieron respuestas en todos los pisos o niveles de cada edificio (de 3 y 2 pisos).

## 6.1.1 Tablas

### 6.1.1.1 Caso Experimental 2 (experimento analítico)

Se colocarán a continuación las tablas de resultados en este experimento, con la siguiente leyenda general:

$\Delta X_{max}$  = Máximo desplazamiento relativo de entrepiso

$X_{max}$  = Máximo desplazamiento absoluto (relativo al suelo)

$V_{max}$  = Máxima Velocidad (relativa al suelo)

$A_{max}$  = Máxima aceleración

$FV_{max}$  = Máxima fuerza cortante en el nivel

#### 6.1.1.1.1 Edificio de 3 Pisos

Sismo 3, Lima 17/10/1966 (E-W)

##### Suelo rígido (empotrado)

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	7.10	7.10	0.62	12.08	2.99
2	5.58	11.26	0.75	13.08	2.67
3	4.31	14.14	1.20	14.13	2.06

##### Suelo flexible (interacción suelo estructura)

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	7.11	7.11	0.62	12.07	2.99
2	5.53	11.18	0.75	13.06	2.65
3	4.28	14.04	1.19	14.10	2.05

Sismo 5, Lima 03/10/1974 (E-W)

**Suelo rígido (empotrado)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	14.19	14.19	0.97	13.84	5.97
2	10.96	25.13	1.67	13.29	5.25
3	8.38	31.58	2.37	17.01	4.01

**Suelo flexible (interacción suelo estructura)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	14.21	14.21	0.98	13.84	5.98
2	10.92	25.11	1.67	13.29	5.22
3	8.34	31.49	2.37	16.89	3.99

Sismo 6, Lima 03/10/1974 (N-S)

**Suelo rígido (empotrado)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	8.56	8.56	0.91	14.87	3.61
2	6.12	14.18	0.96	13.65	2.93
3	5.57	17.03	1.01	9.83	2.67

**Suelo flexible (interacción suelo estructura)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	8.60	8.60	0.90	14.73	3.62
2	6.09	14.22	0.95	12.99	2.92
3	5.51	17.06	1.01	9.67	2.63

**6.1.1.1.2 Edificio de 2 Pisos**

Sismo 3, Lima 17/10/1966 (E-W)

**Suelo rígido (empotrado)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	9.03	9.03	1.00	15.08	3.80
2	6.93	14.69	1.23	15.04	3.32

**Suelo flexible (interacción suelo estructura)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	9.09	9.09	1.01	15.10	3.83
2	6.93	14.75	1.24	15.03	3.32

Sismo 5, Lima 03/10/1974 (E-W)

**Suelo rígido (empotrado)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X_{max}$	X max	V max	A max	FV max
1	16.55	16.55	1.47	18.22	6.97
2	11.98	28.07	2.11	19.71	5.73

**Suelo flexible (interacción suelo estructura)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X_{max}$	X max	V max	A max	FV max
1	16.71	16.71	1.47	18.28	7.03
2	11.96	28.17	2.12	19.53	5.73

Sismo 6, Lima 03/10/1974 (N-S)

**Suelo rígido (empotrado)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X_{max}$	X max	V max	A max	FV max
1	8.03	8.03	0.73	13.70	3.38
2	6.03	11.67	1.20	13.40	2.89

**Suelo flexible (interacción suelo estructura)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X_{max}$	X max	V max	A max	FV max
1	8.10	8.10	0.73	13.69	3.41
2	5.97	11.72	1.19	13.33	2.86

**6.1.1.2 Caso Experimental 3 (experimento mediante software Etabs)**

Se colocarán a continuación las tablas de resultados en este experimento, con la siguiente leyenda general:

$\Delta X_{max}$  = Máximo desplazamiento relativo de entrepiso

$X_{max}$  = Máximo desplazamiento absoluto (relativo al suelo)

$V_{max}$  = Máxima Velocidad (relativa al suelo)

$A_{max}$  = Máxima aceleración

$FV_{max}$  = Máxima fuerza cortante en el nivel

**6.1.1.2.1 Edificio de 3 Pisos**

Sismo 3, Lima 17/10/1966 (E-W)

**Suelo rígido (empotrado)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	7.02	7.02	0.65	13.97	2.95
2	6.07	12.28	0.90	12.50	2.90
3	3.84	15.65	1.23	12.41	1.84

**Suelo flexible (interacción suelo estructura)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	7.07	7.07	0.64	13.96	2.98
2	5.94	11.93	0.87	12.37	2.84
3	3.77	15.19	1.22	12.40	1.81

Sismo 5, Lima 03/10/1974 (E-W)

**Suelo rígido (empotrado)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	14.92	14.92	1.04	13.18	6.28
2	11.71	26.06	1.70	14.57	5.60
3	6.50	30.75	2.29	17.78	3.11

**Suelo flexible (interacción suelo estructura)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	14.99	14.99	1.02	13.10	6.31
2	11.41	26.04	1.71	14.45	5.46
3	6.40	30.75	2.30	17.41	3.06

Sismo 6, Lima 03/10/1974 (N-S)

**Suelo rígido (empotrado)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	7.77	7.77	0.82	14.47	3.27
2	7.08	13.95	0.88	11.56	3.39
3	5.14	17.35	1.02	13.78	2.46

**Suelo flexible (interacción suelo estructura)**

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
--	------	------	-------	---------------------	--------

Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	7.87	7.87	0.84	14.72	3.31
2	7.08	13.92	0.88	11.62	3.39
3	5.11	17.32	1.02	13.69	2.45

### 6.1.1.2.2 Edificio de 2 Pisos

Sismo 3, Lima 17/10/1966 (E-W)

#### Suelo rígido (empotrado)

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	7.55	7.55	0.91	14.63	3.18
2	8.20	15.11	1.36	17.55	3.92

#### Suelo flexible (interacción suelo estructura)

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	7.62	7.62	0.91	14.65	3.21
2	8.14	15.09	1.35	17.39	3.90

Sismo 5, Lima 03/10/1974 (E-W)

#### Suelo rígido (empotrado)

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	14.78	14.78	1.33	14.75	6.22
2	12.02	26.60	2.11	19.82	5.75

#### Suelo flexible (interacción suelo estructura)

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	15.46	15.46	1.36	15.36	6.51
2	12.21	27.28	2.16	19.48	5.85

Sismo 6, Lima 03/10/1974 (N-S)

#### Suelo rígido (empotrado)

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max
1	7.64	7.64	0.76	11.77	3.22
2	6.43	12.75	1.26	14.70	3.08

#### Suelo flexible (interacción suelo estructura)

	(cm)	(cm)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )	(tonf)
Piso	$\Delta X$ max	X max	V max	A max	FV max

1	7.61	7.61	0.76	11.72	3.20
2	6.24	12.48	1.27	14.91	2.99

### 6.1.2 Cuadros y Gráficos

A continuación, se muestran los cuadros y gráficos comparativos entre la condición de apoyo rígido y flexible (interacción suelo estructura), por cada parámetro de análisis ( $\Delta X_{max}$ ,  $X_{max}$ ,  $V_{max}$ ,  $A_{max}$ ,  $FV_{max}$ ) en primer lugar, luego por cada edificio (3 pisos y 2 pisos), por cada sismo reproducido y por cada tipo de experimento.

Se colocarán a continuación las tablas de resultados con la siguiente leyenda general:

$\Delta X_{max}$  = *Máximo desplazamiento relativo de entrepiso*

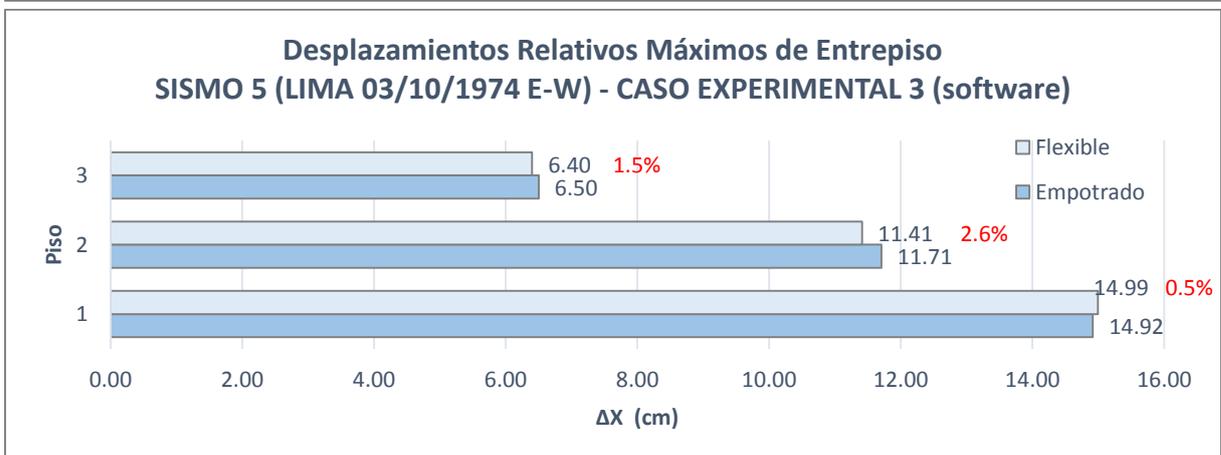
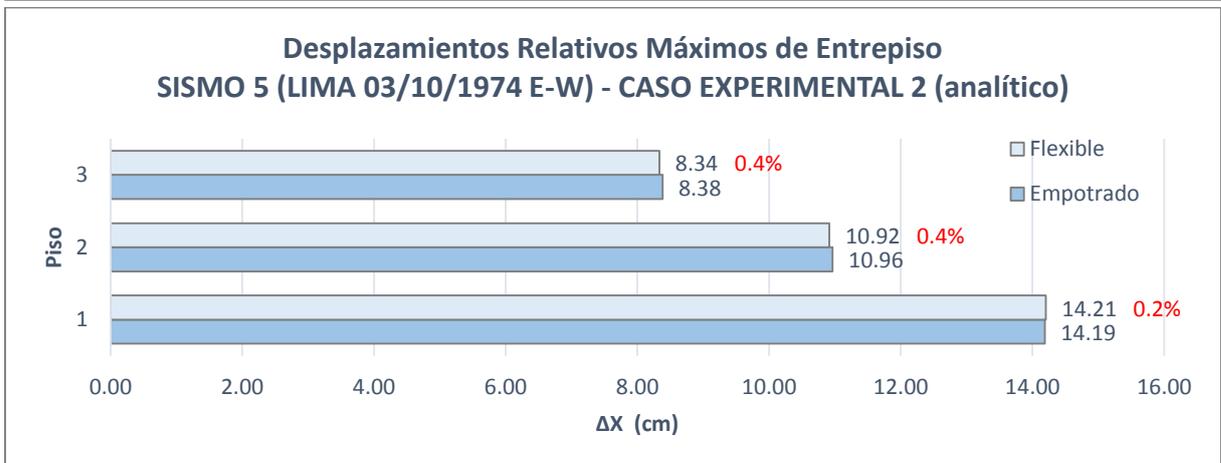
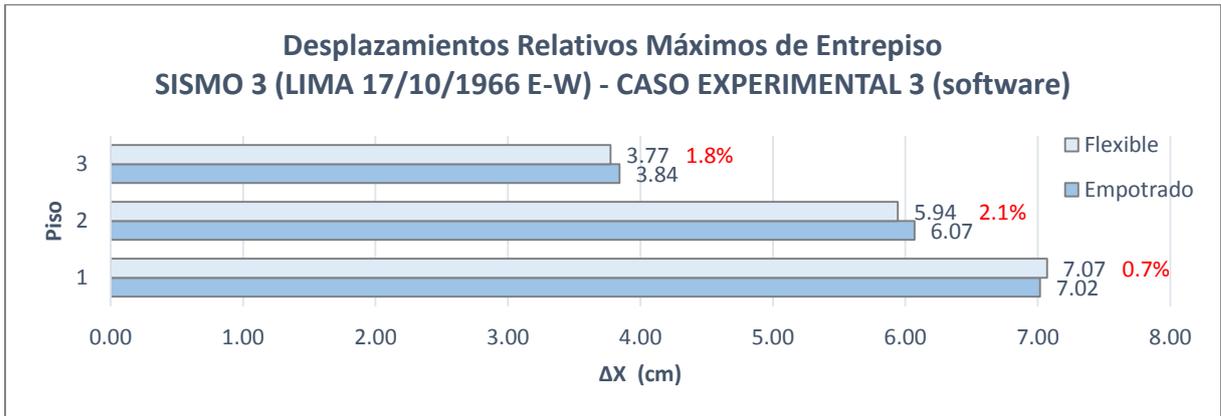
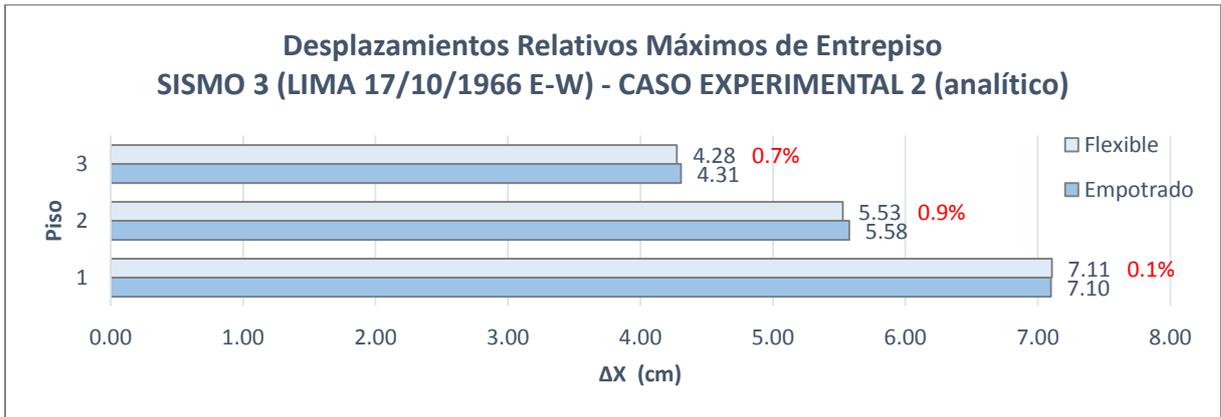
$X_{max}$  = *Máximo desplazamiento absoluto (relativo al suelo)*

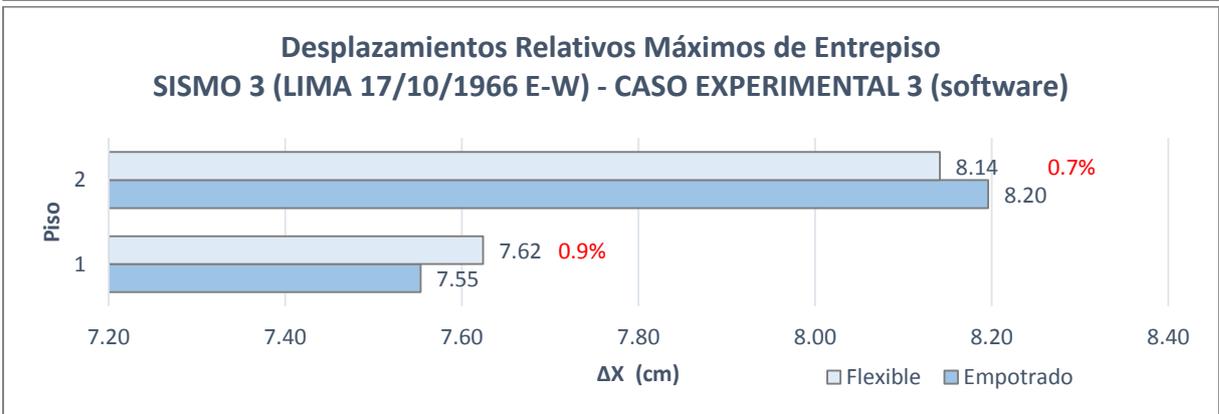
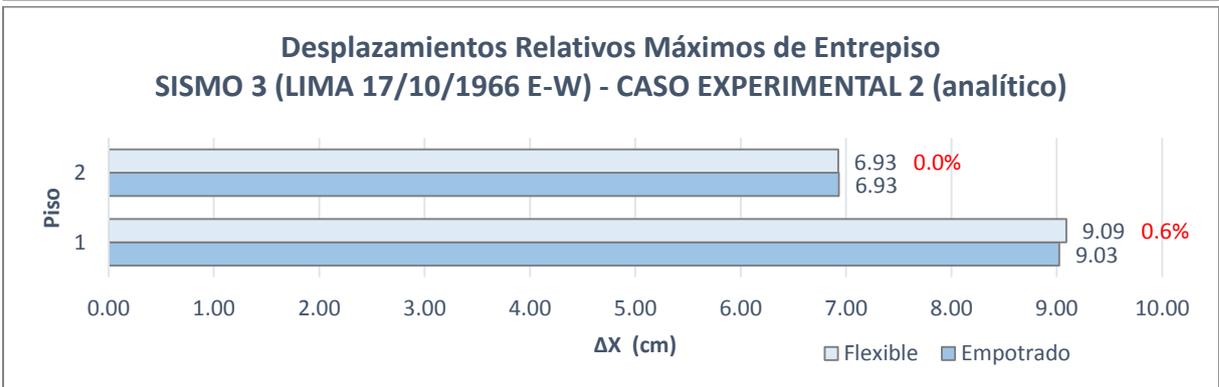
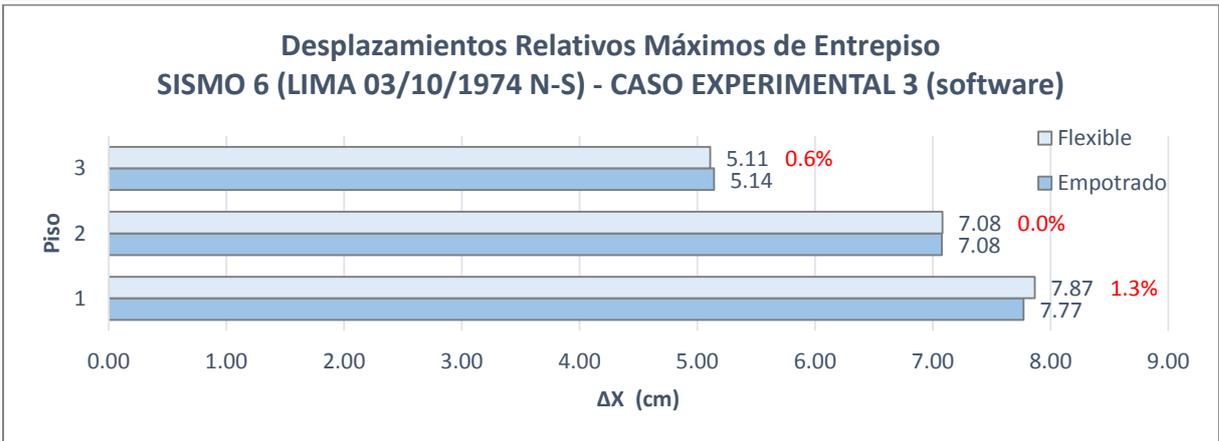
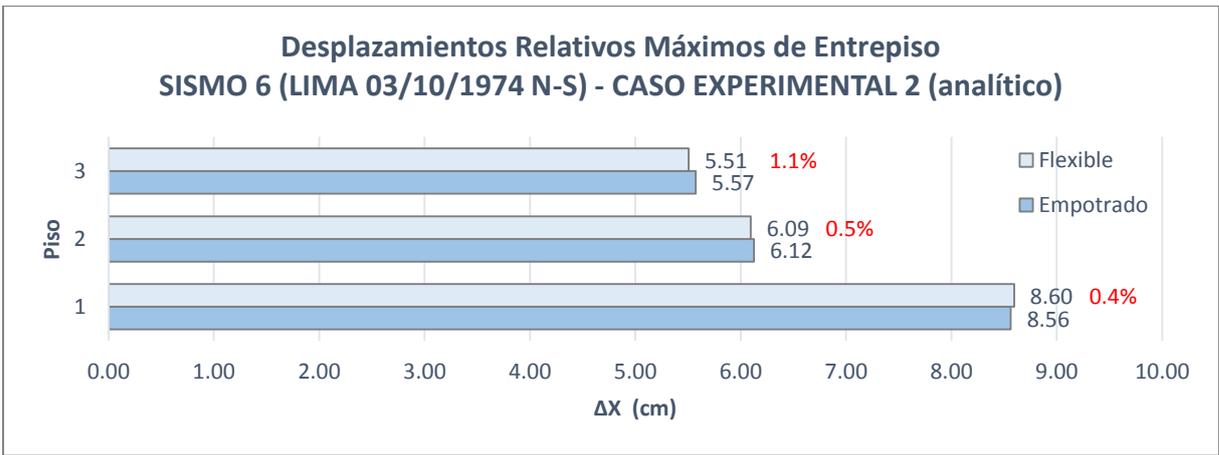
$V_{max}$  = *Máxima Velocidad (relativa al suelo)*

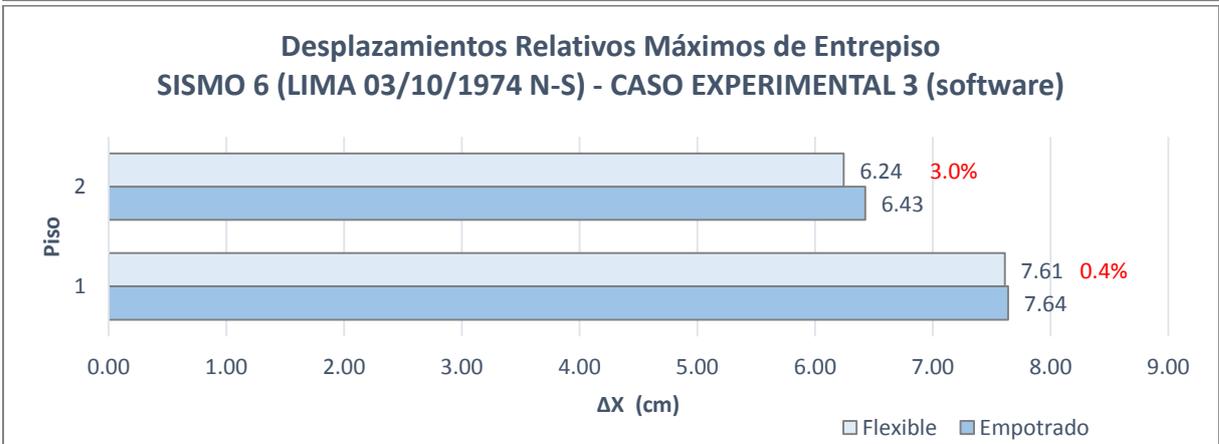
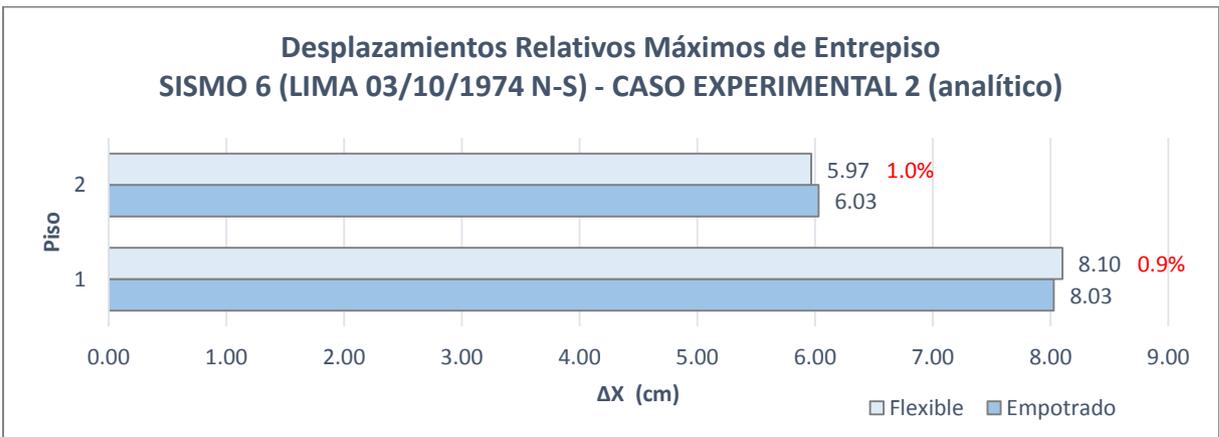
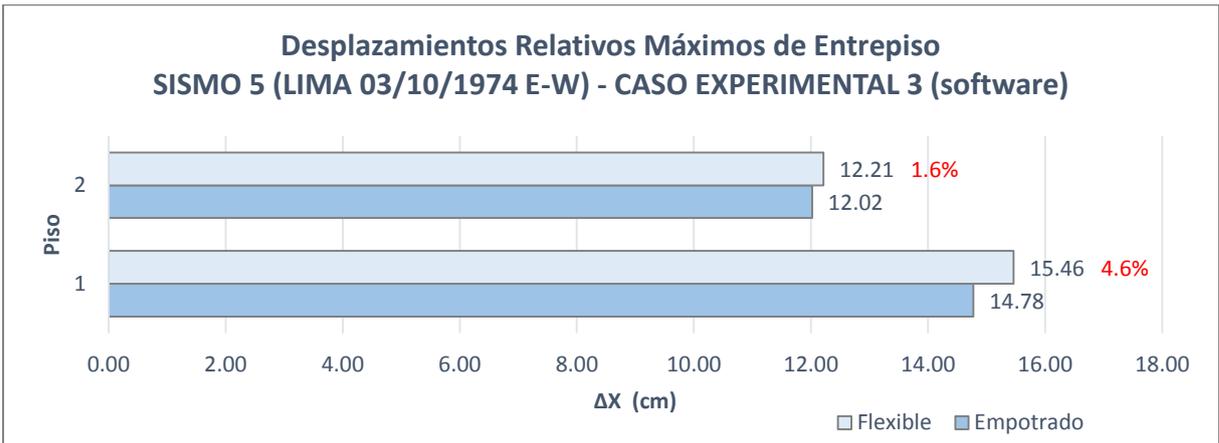
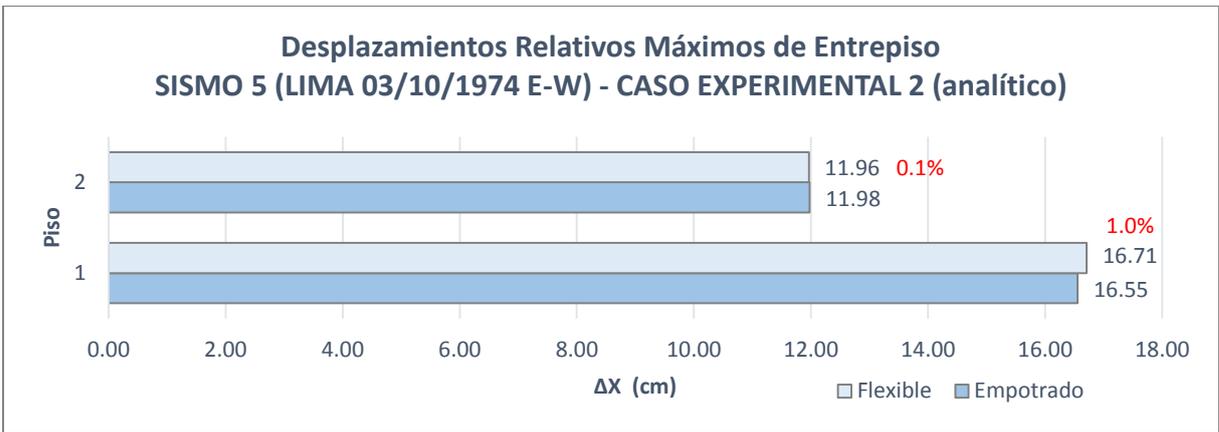
$A_{max}$  = *Máxima aceleración*

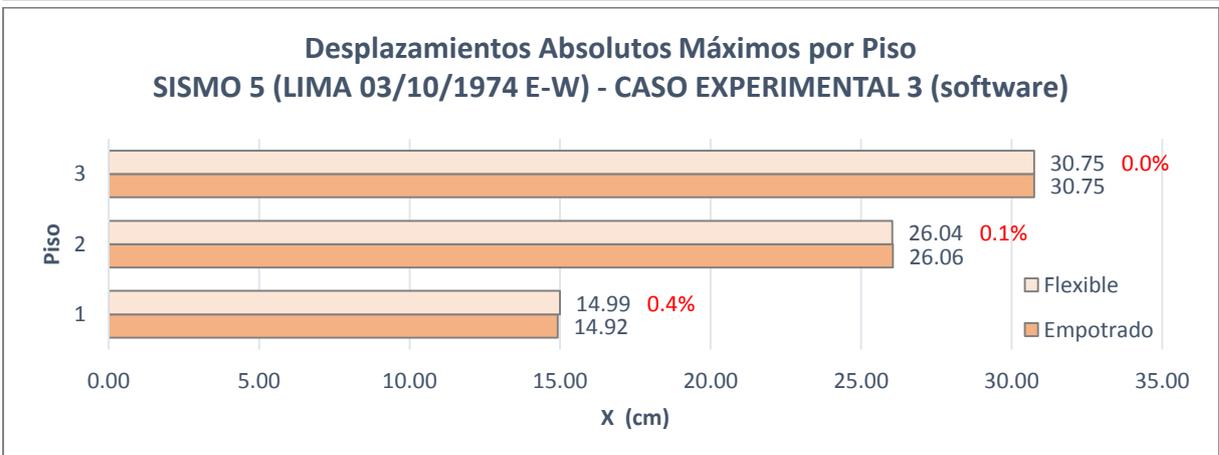
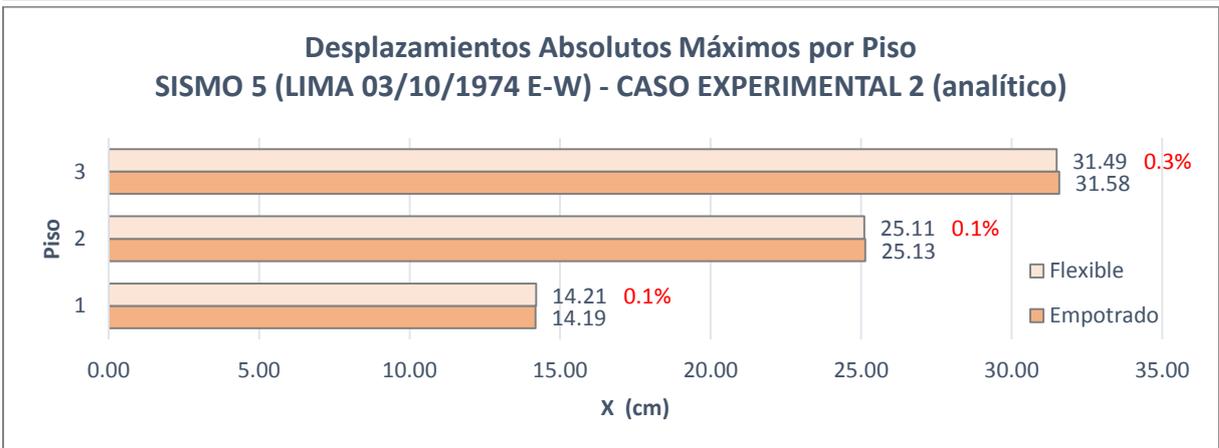
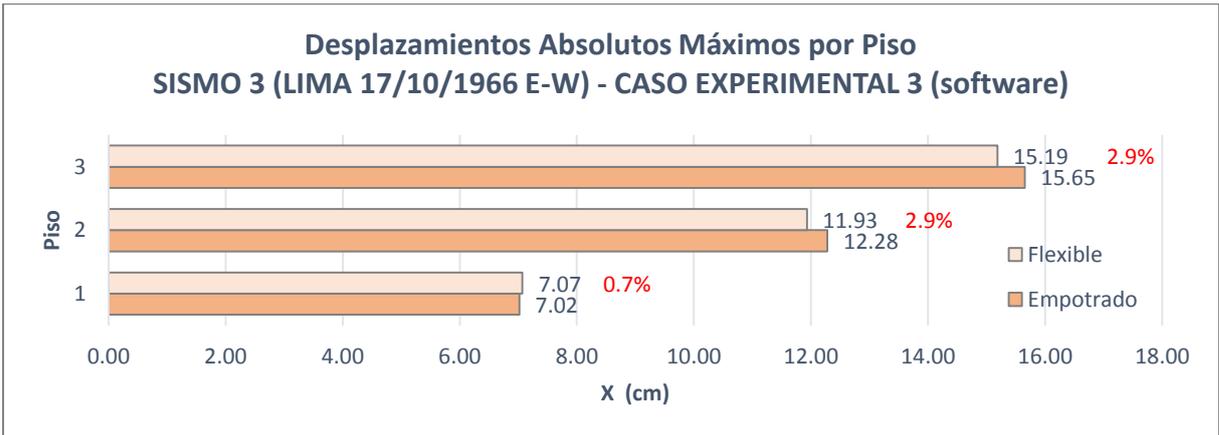
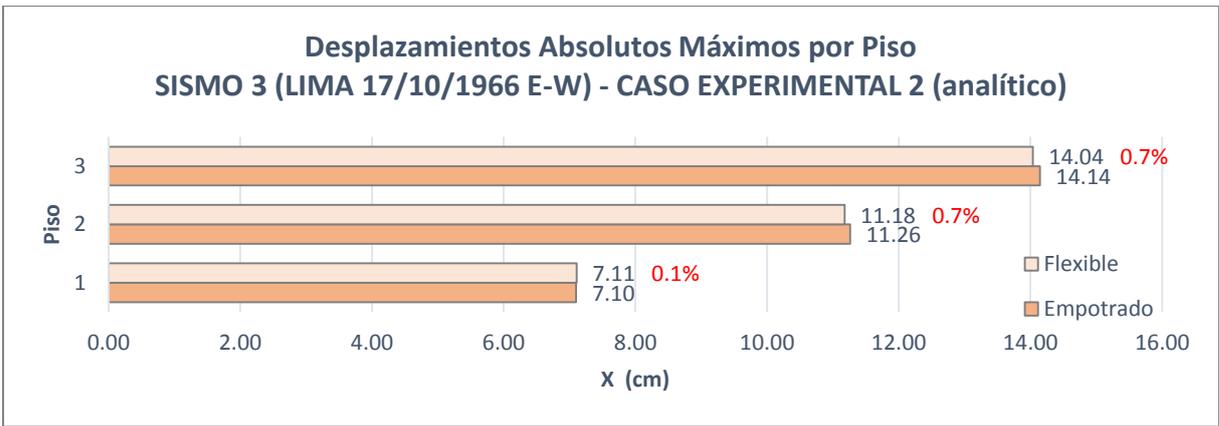
$FV_{max}$  = *Máxima fuerza cortante en el nivel*

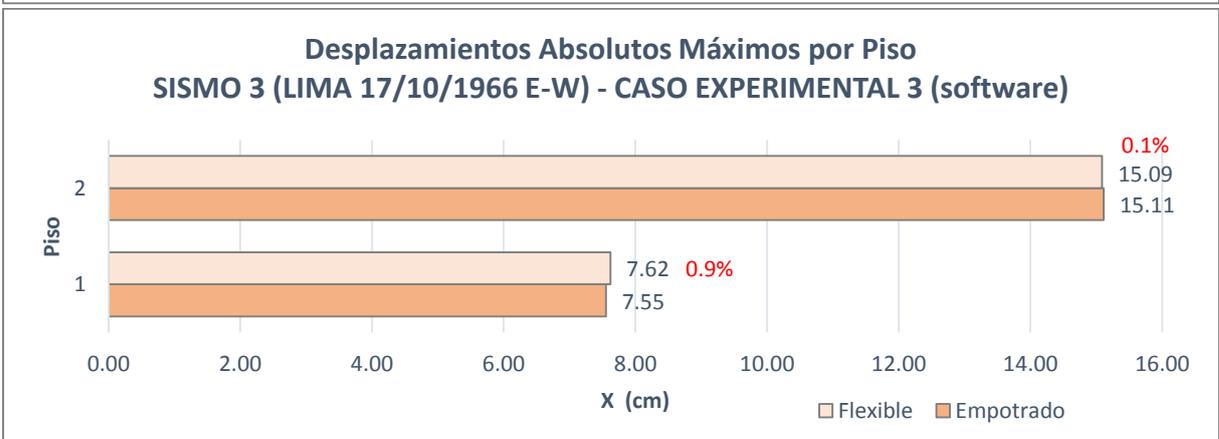
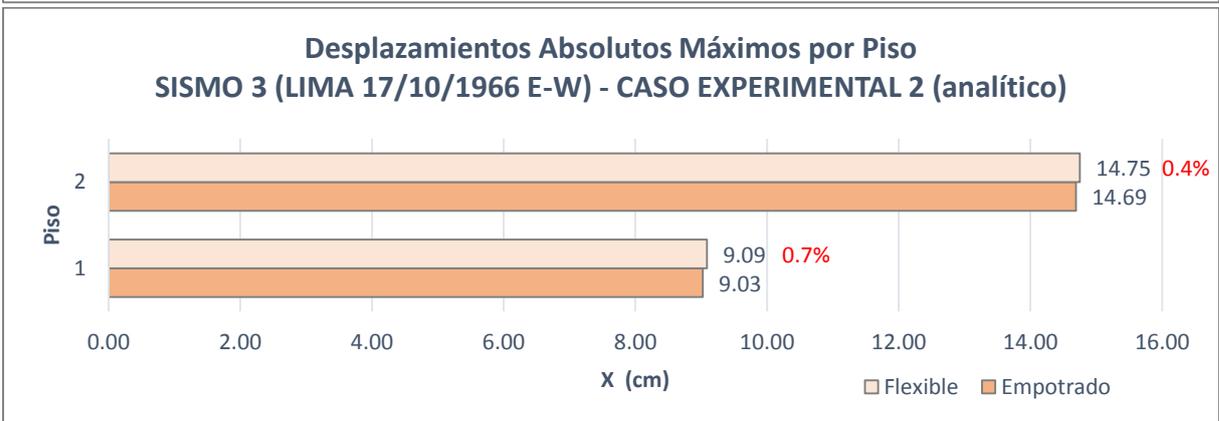
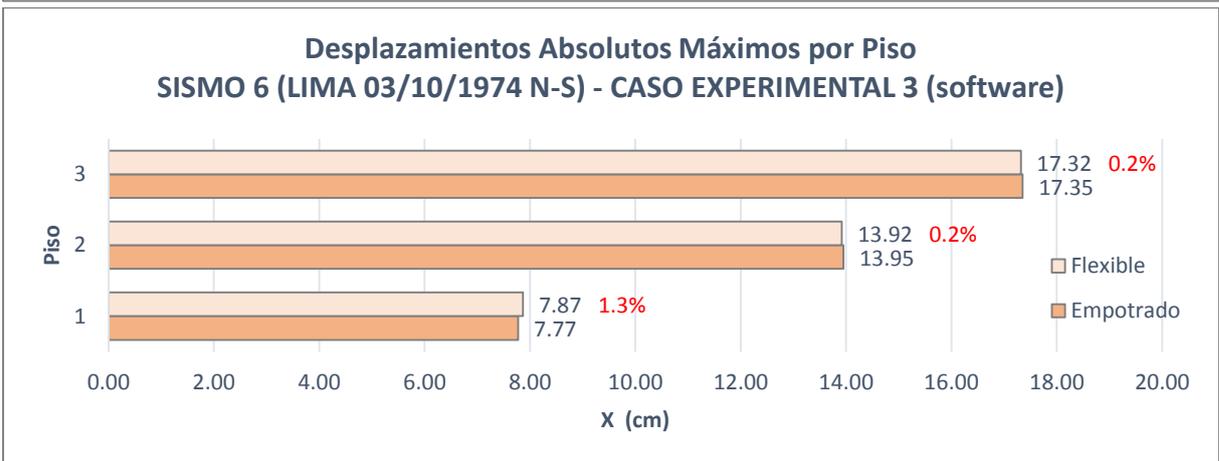
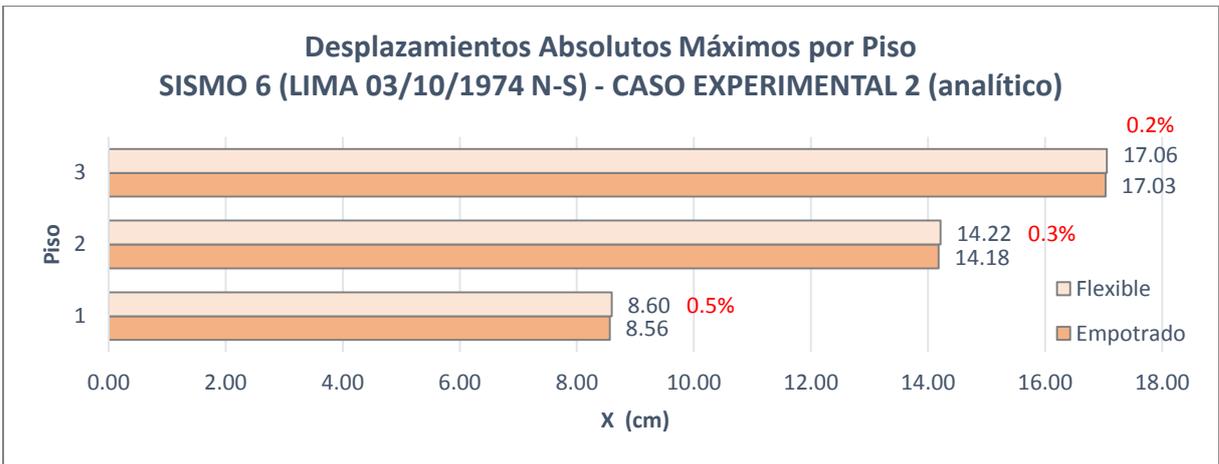
### 6.1.2.1 Resultados en Edificio de 3 Pisos

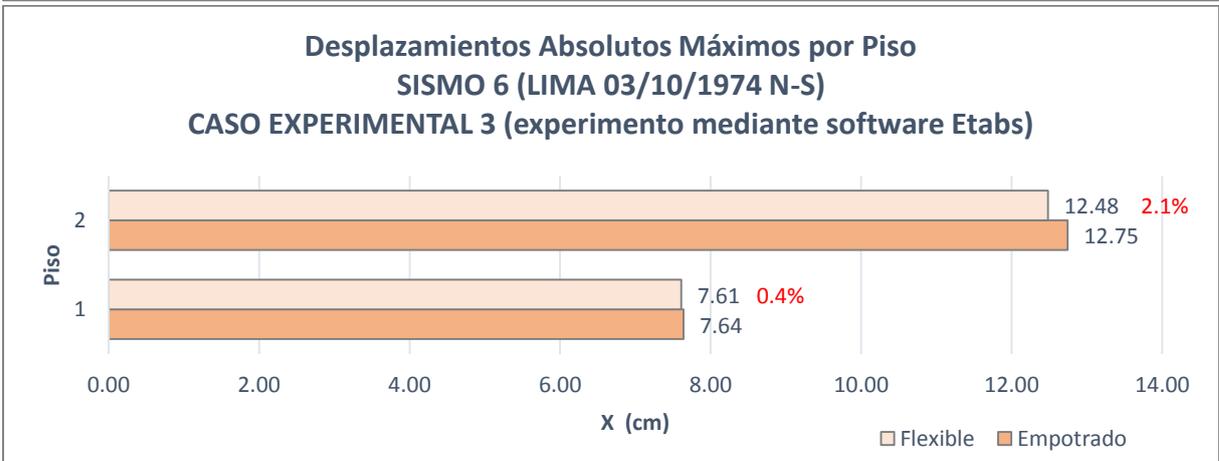
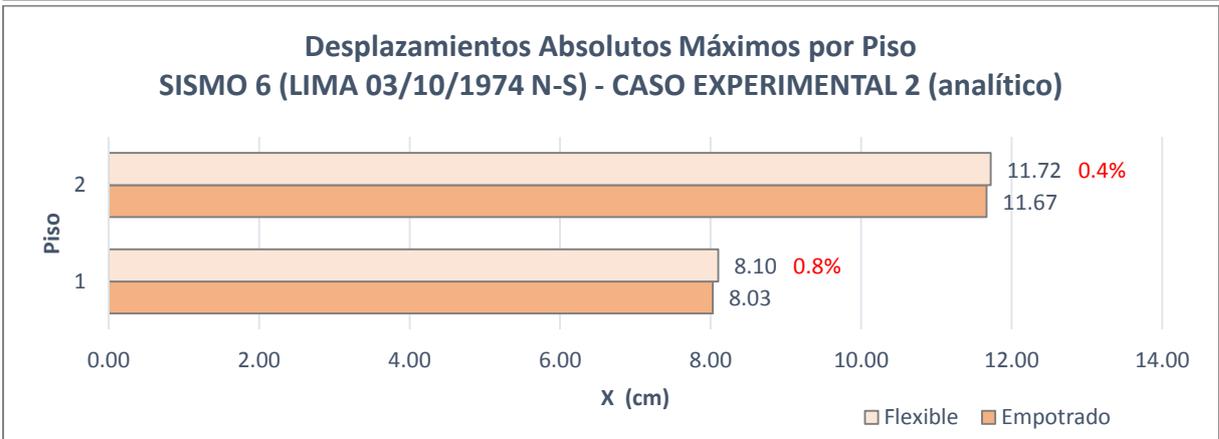
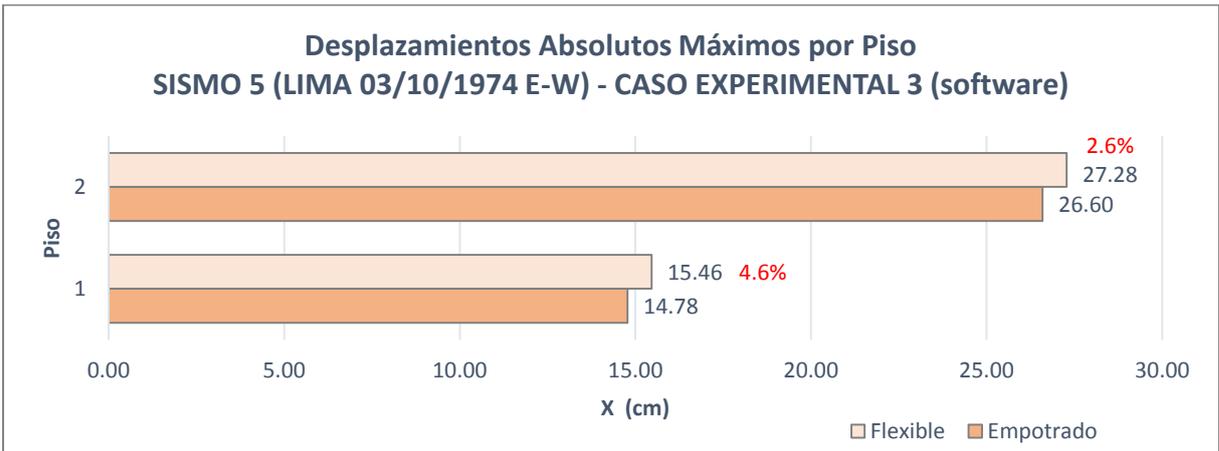
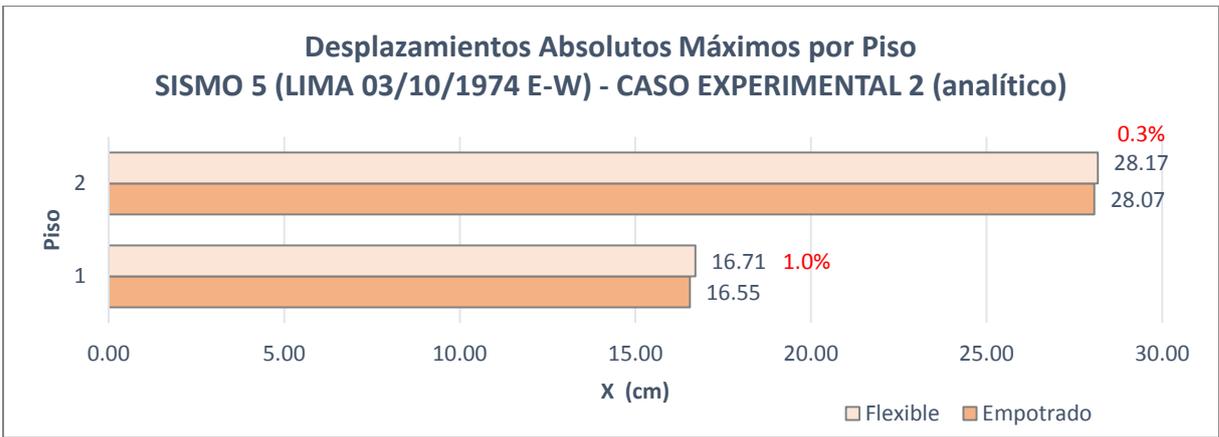


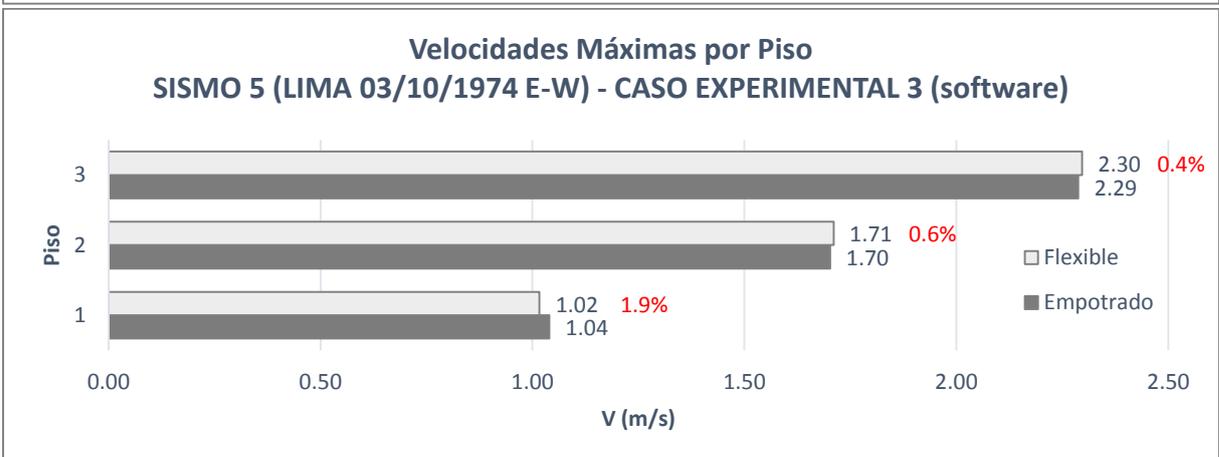
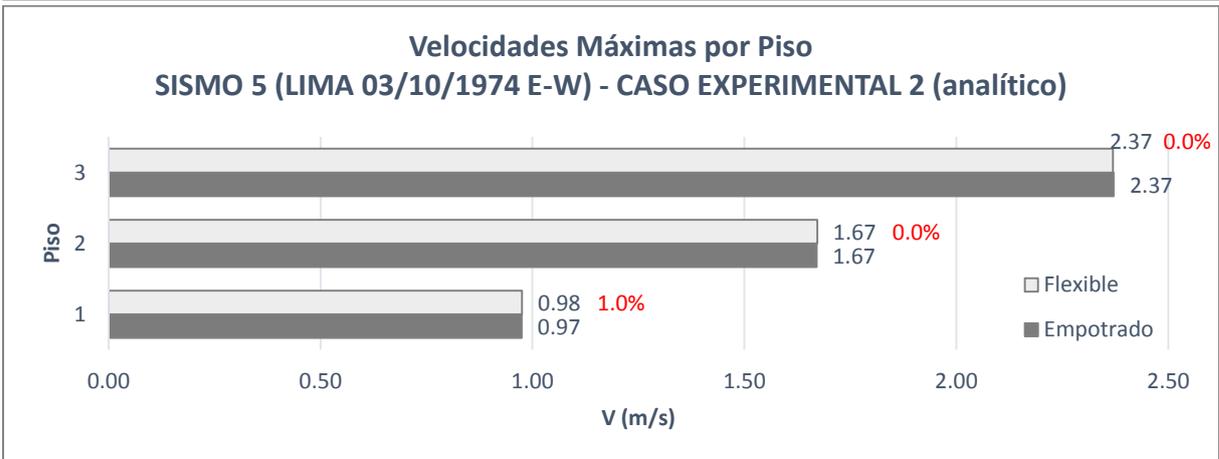
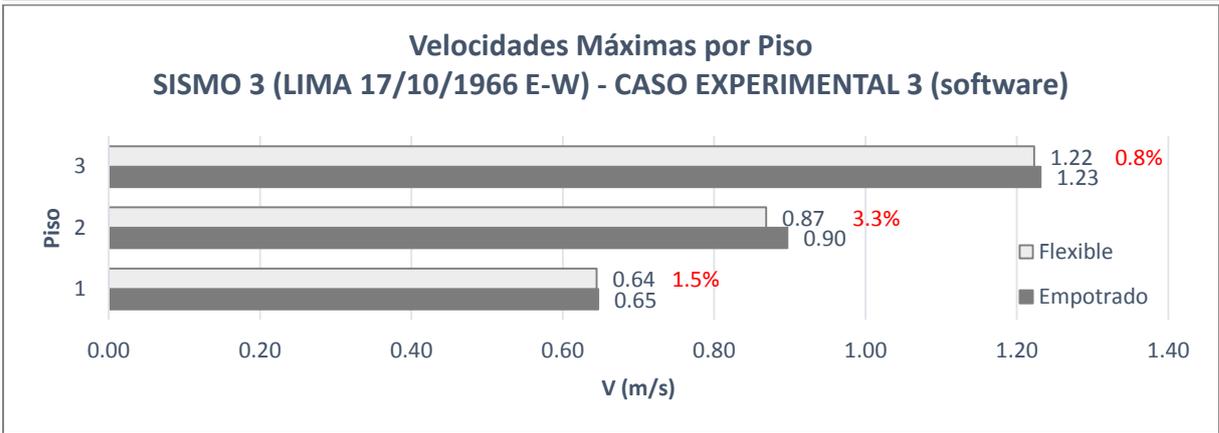
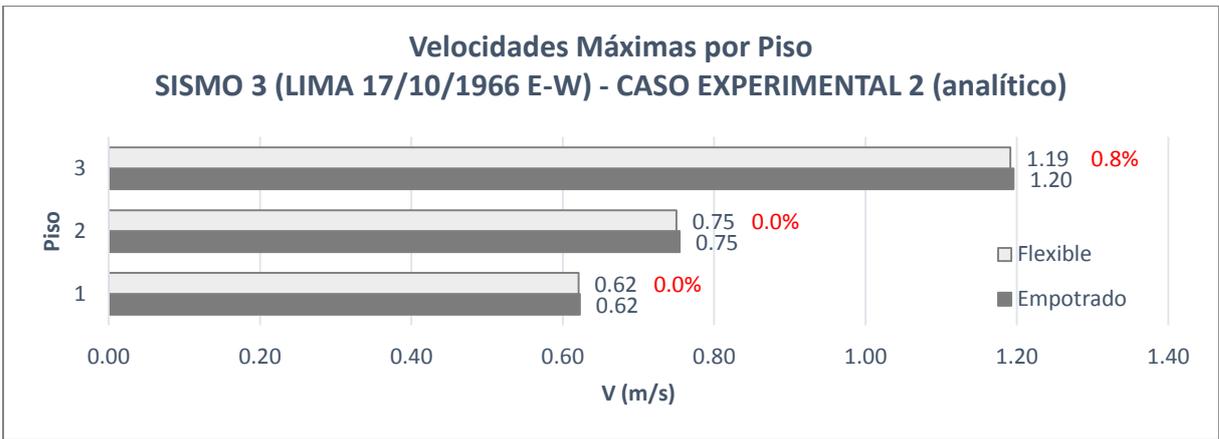


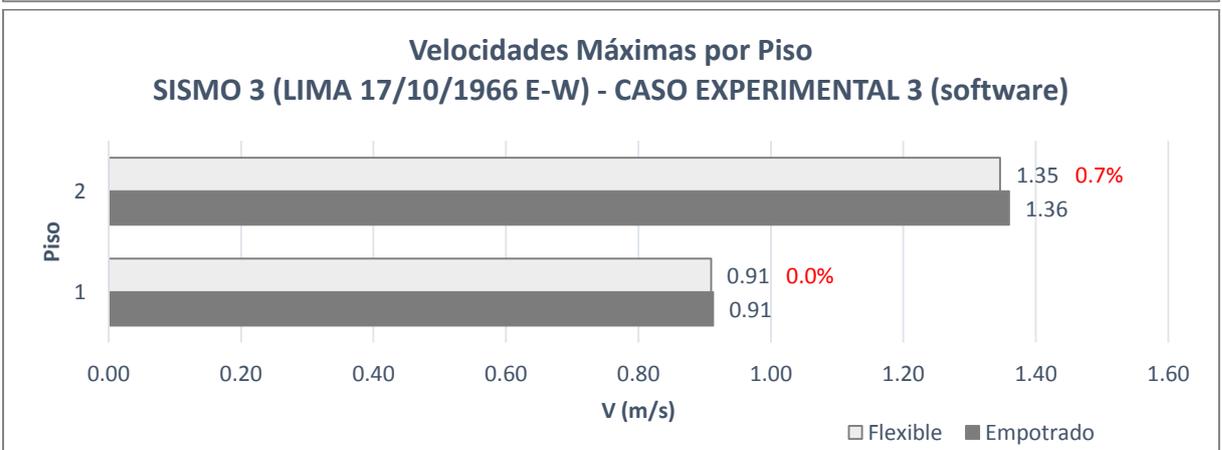
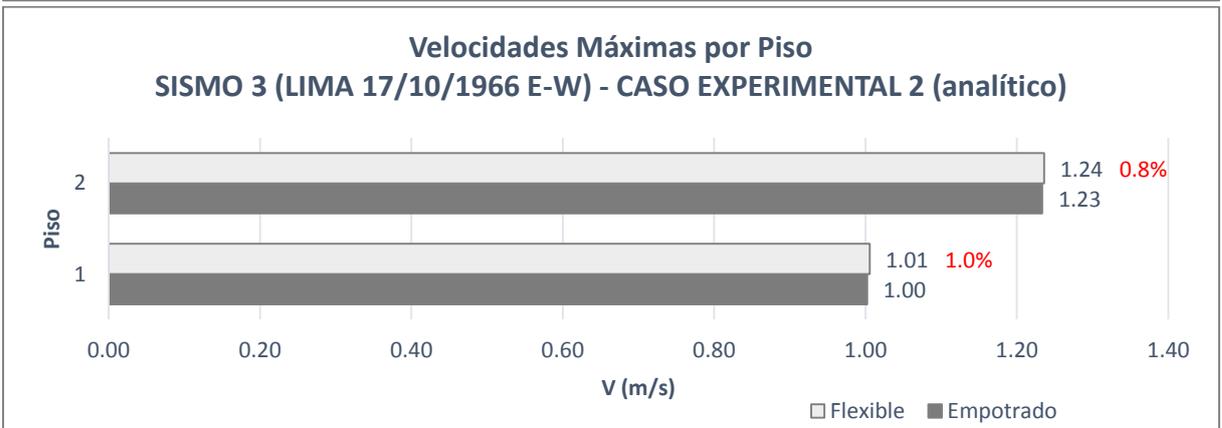
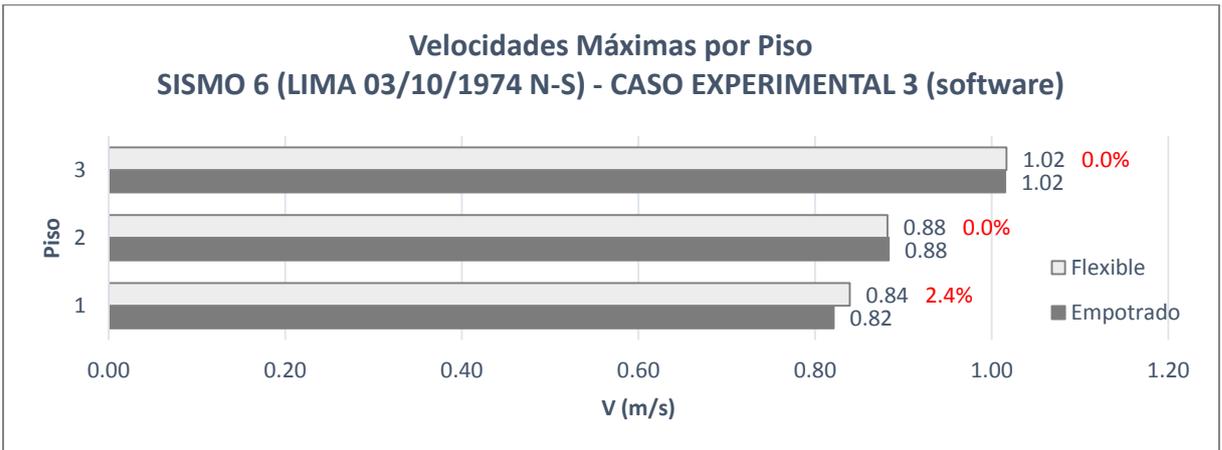
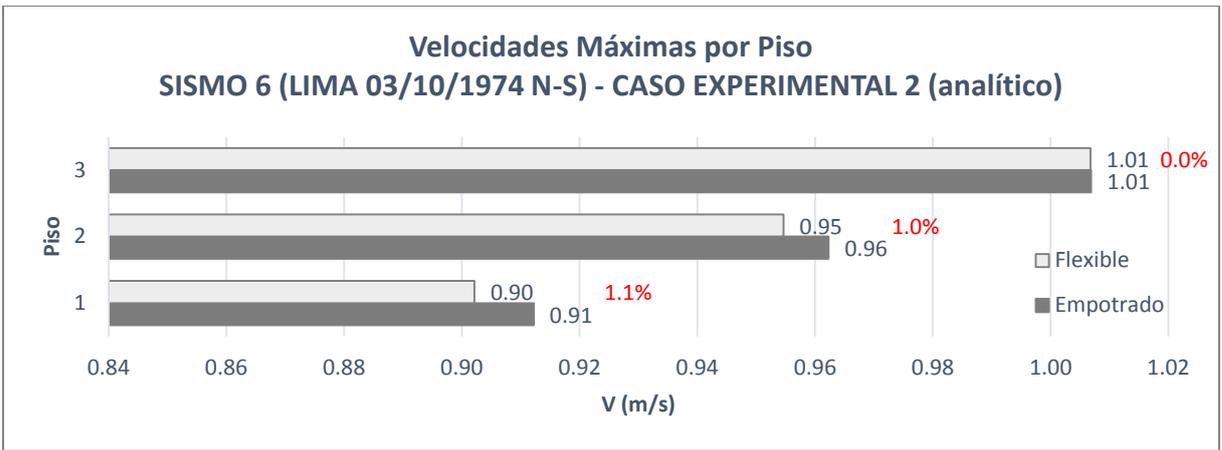


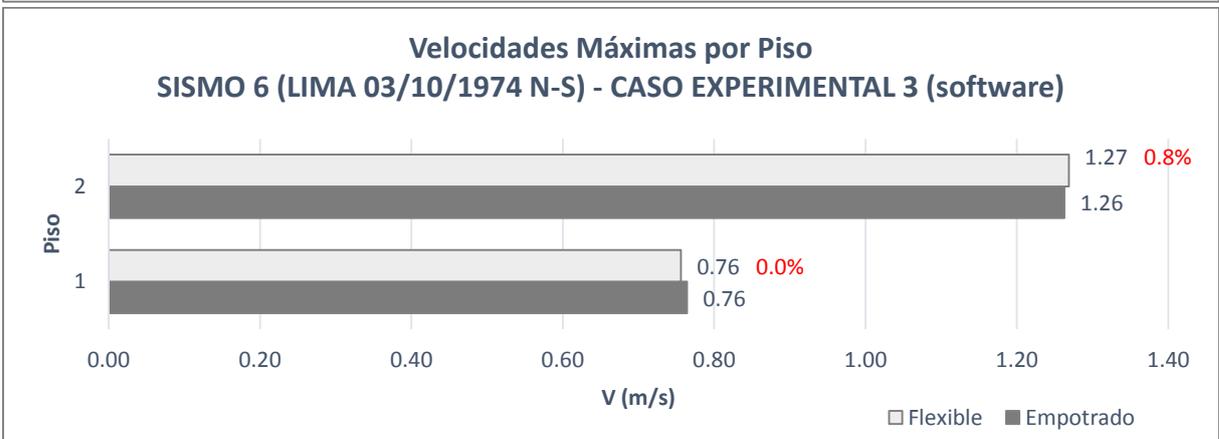
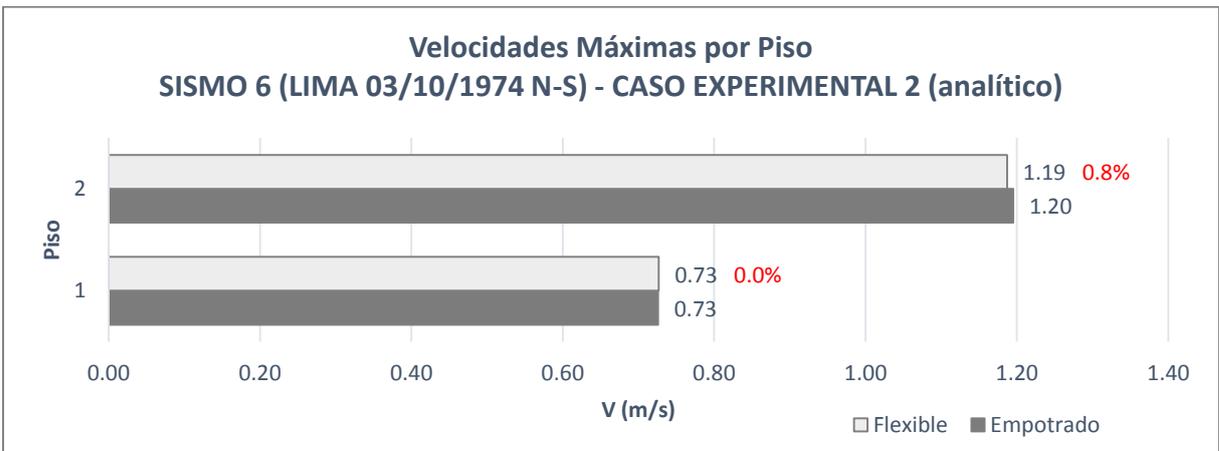
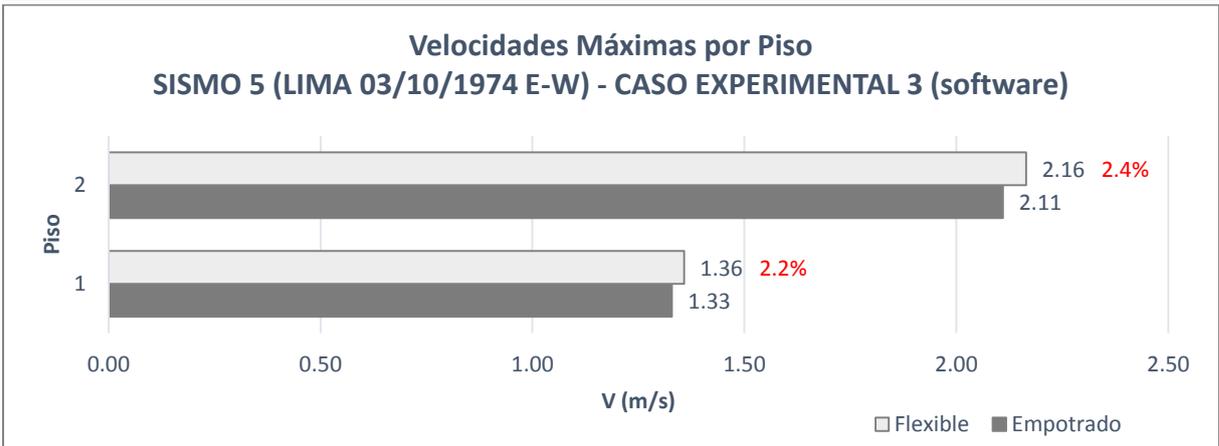
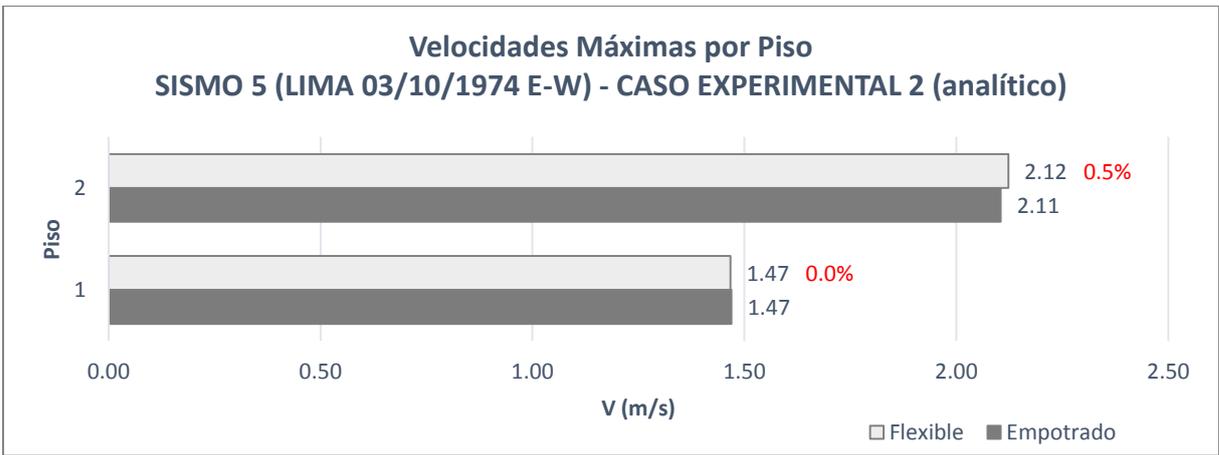


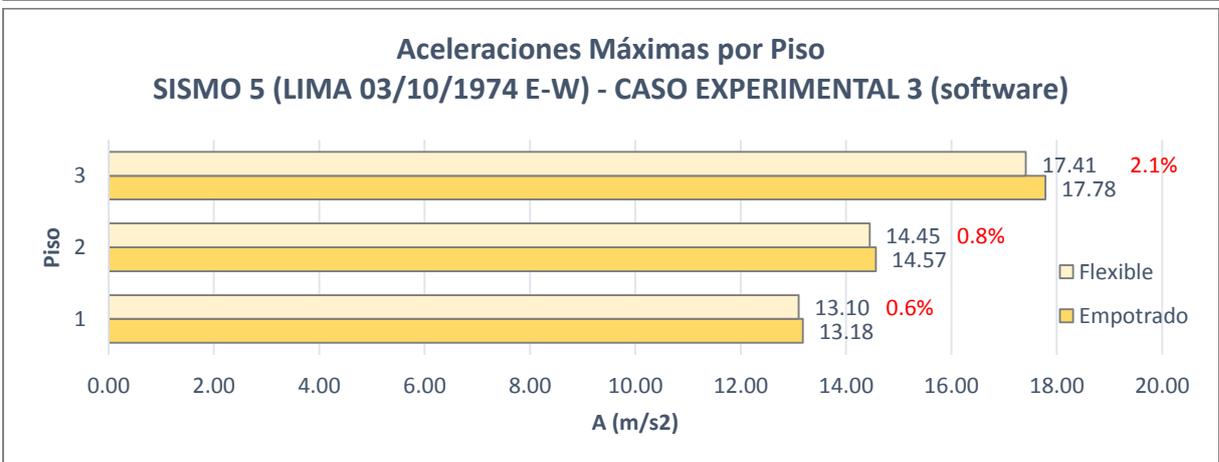
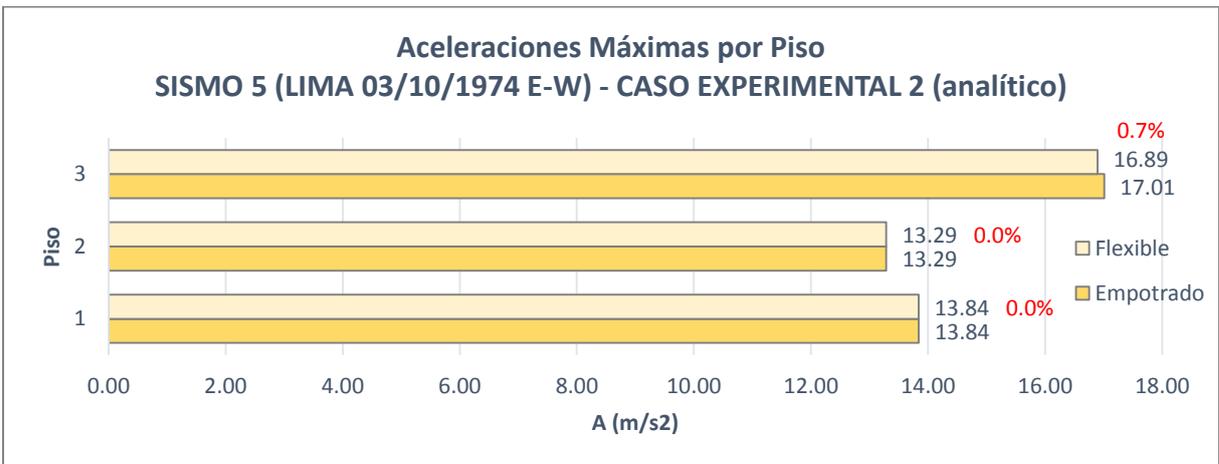
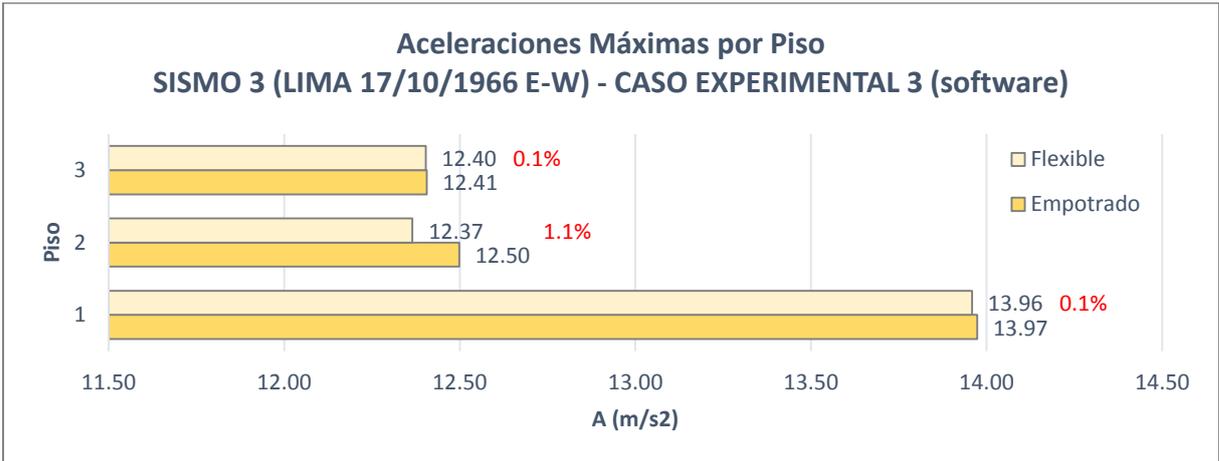
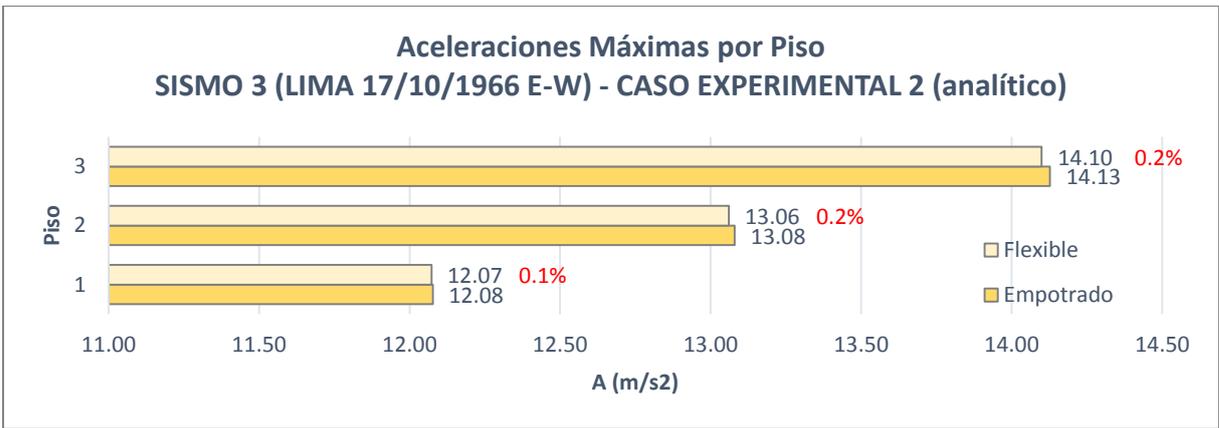


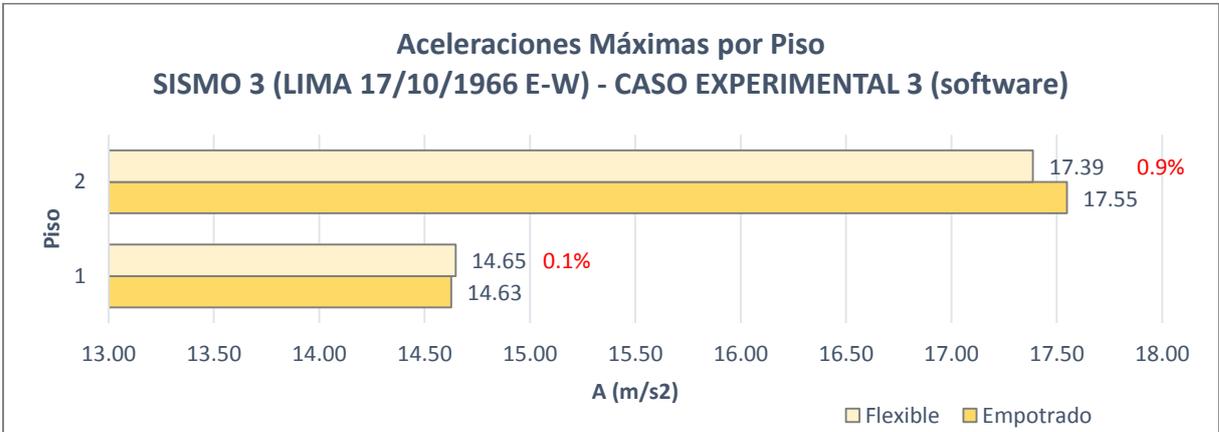
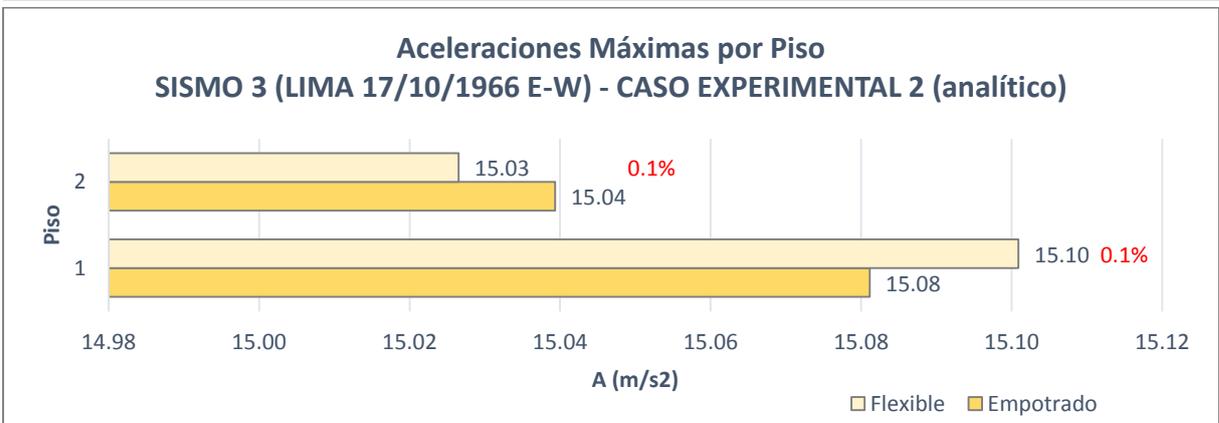
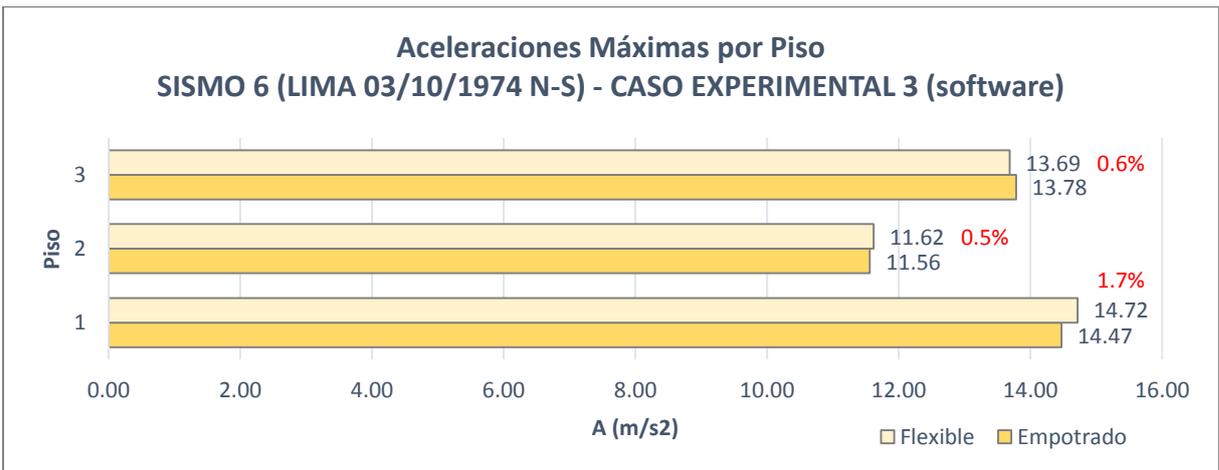
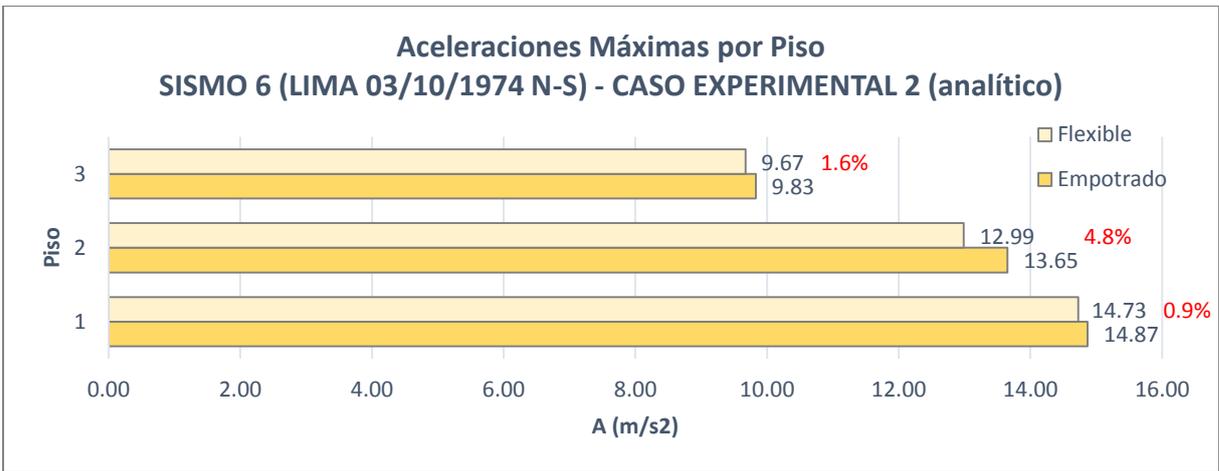


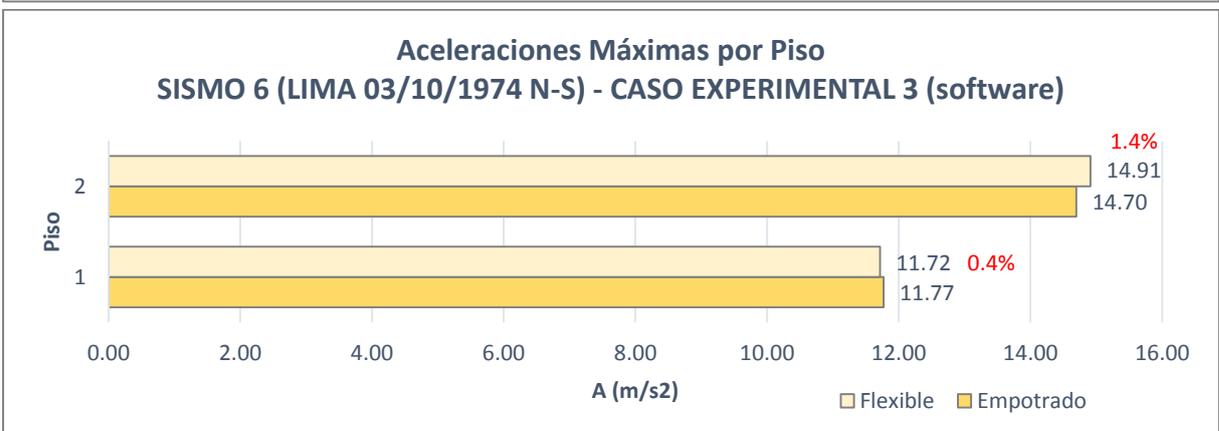
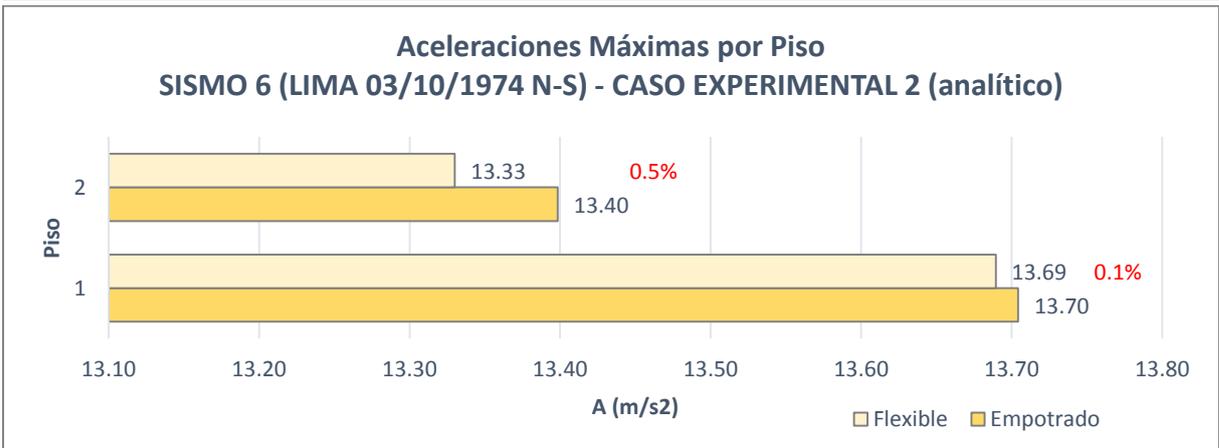
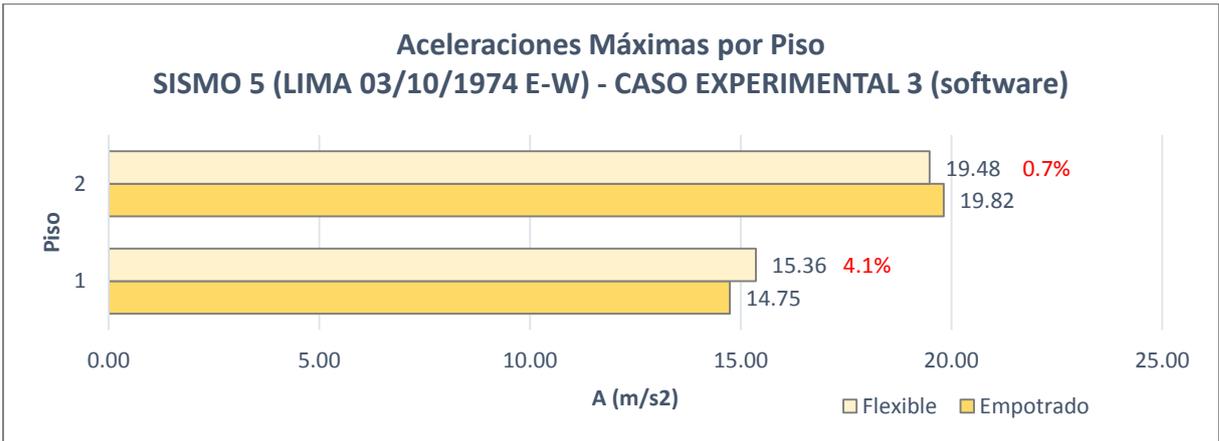
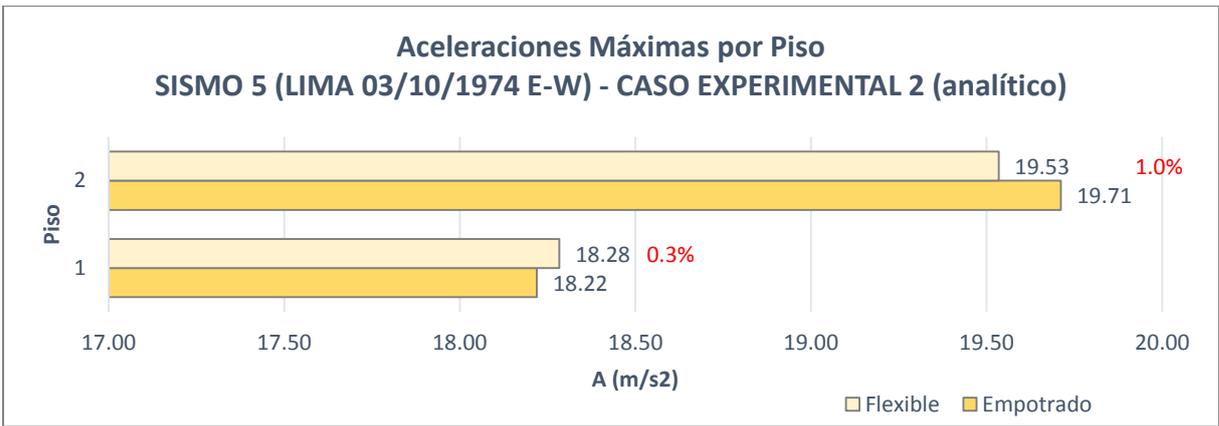


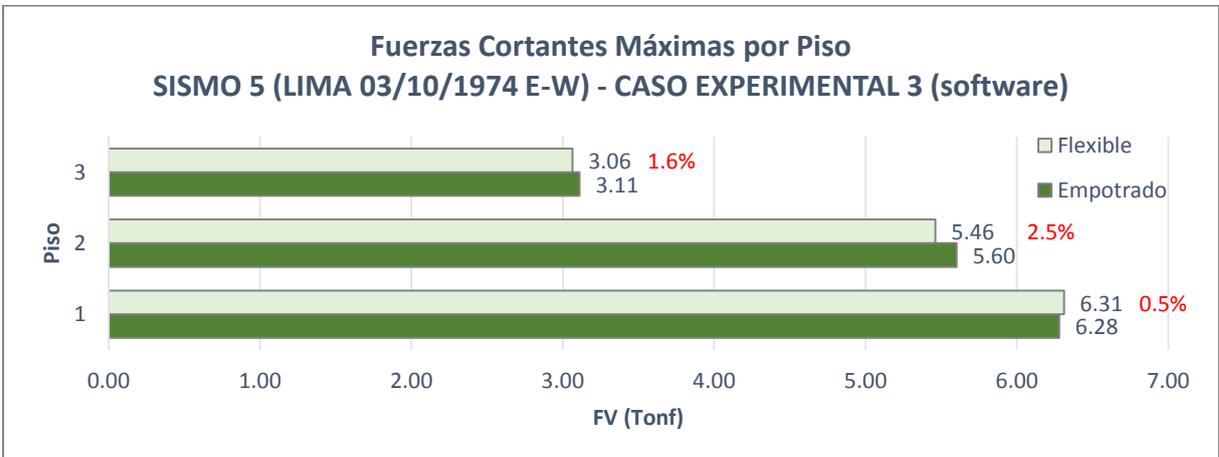
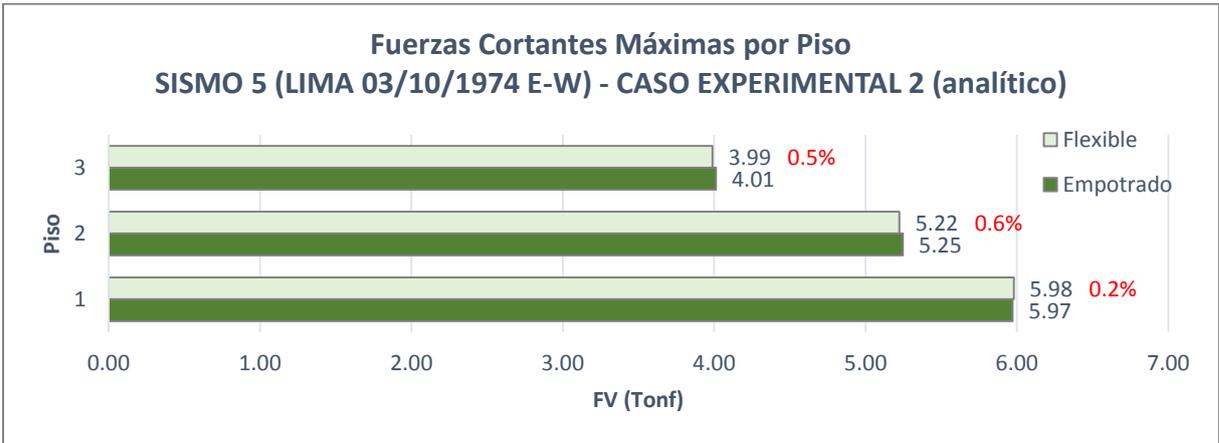
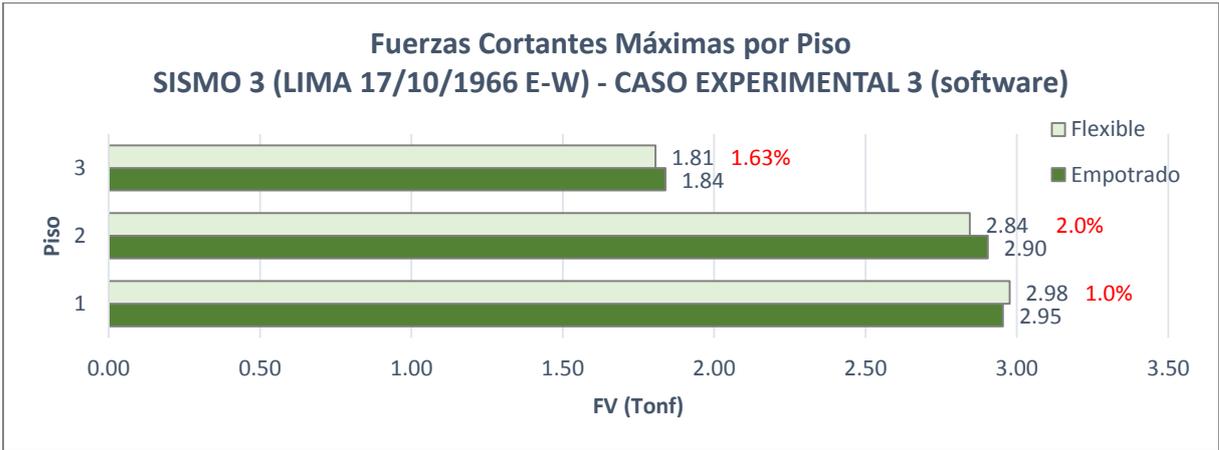
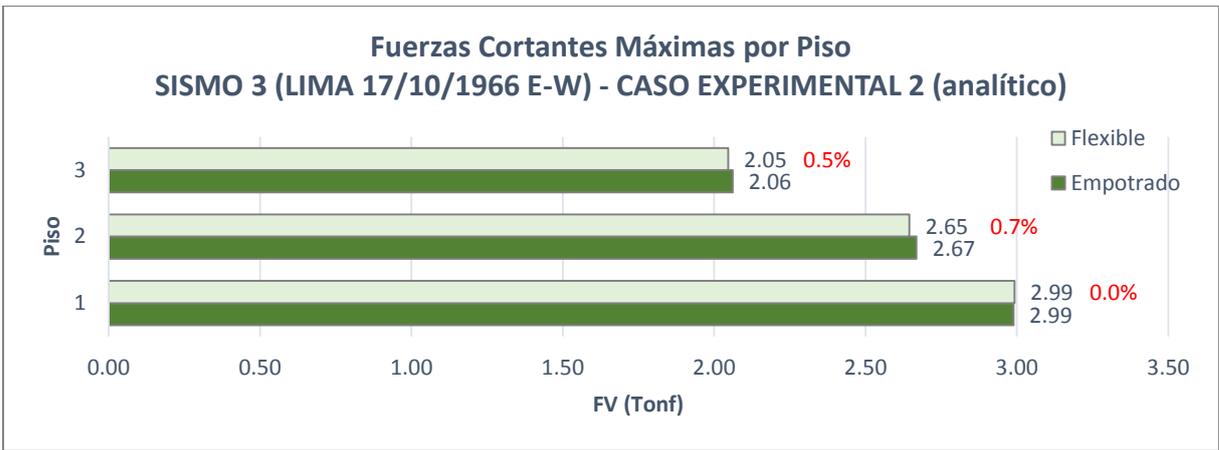


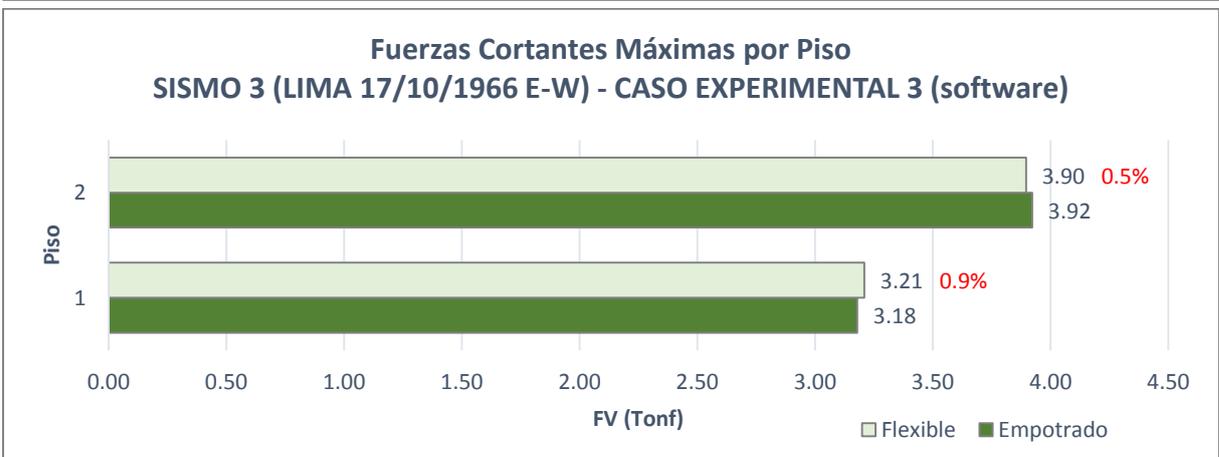
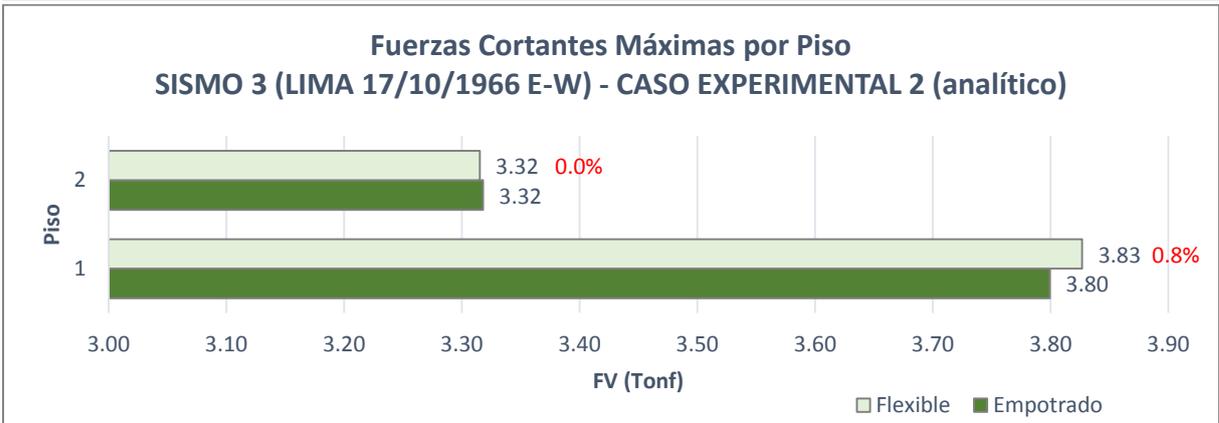
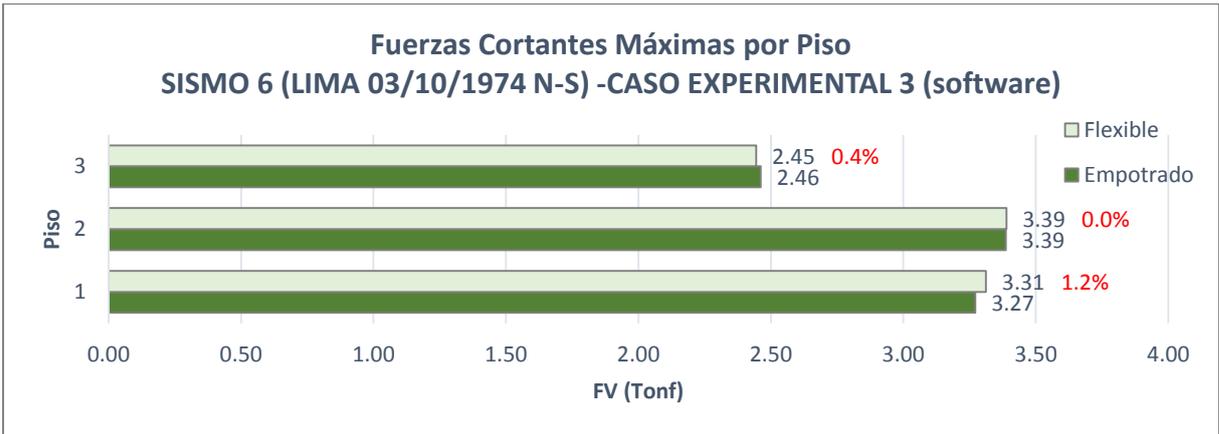
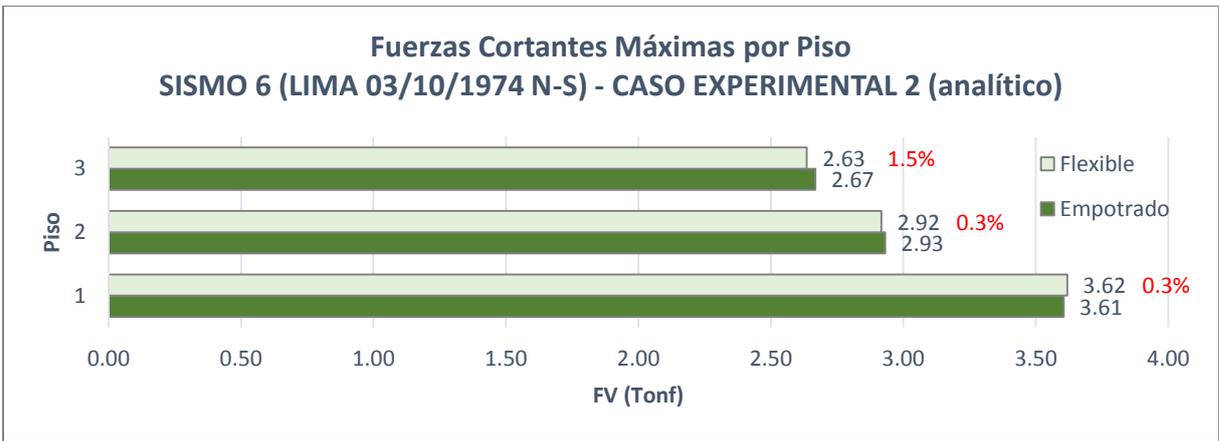


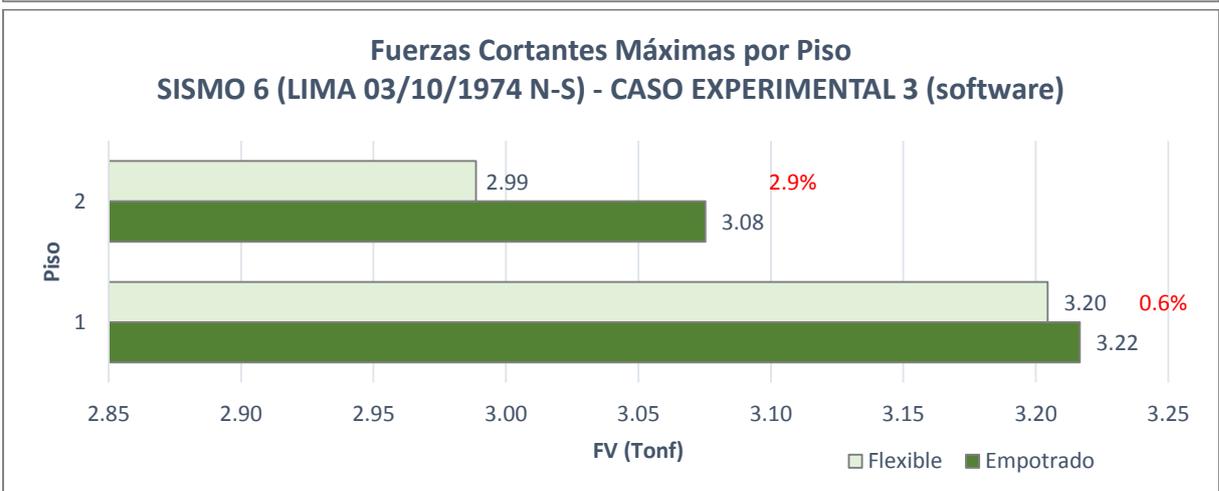
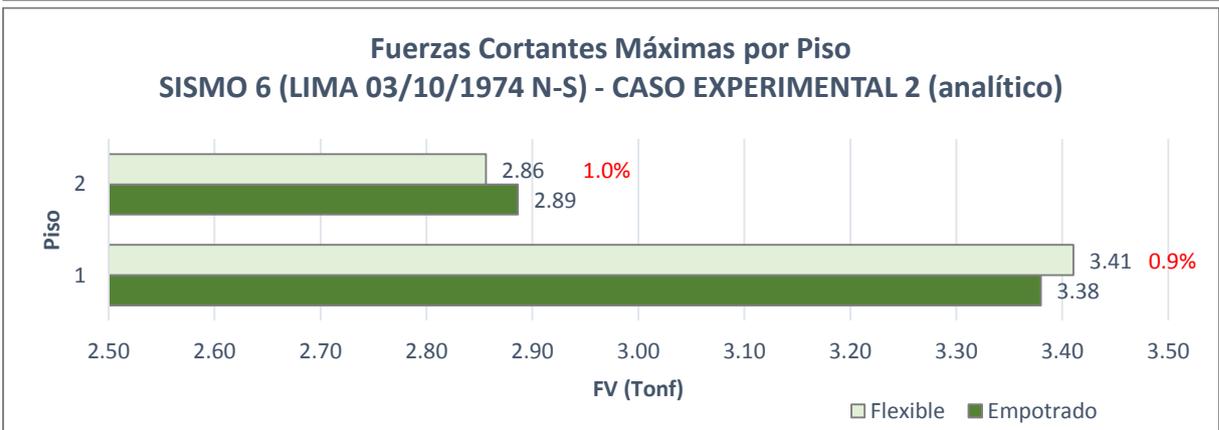
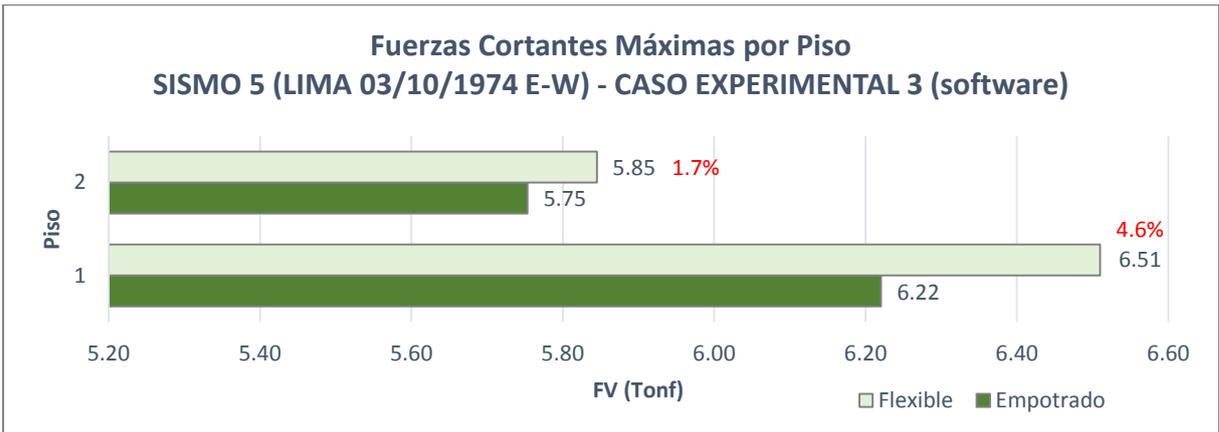
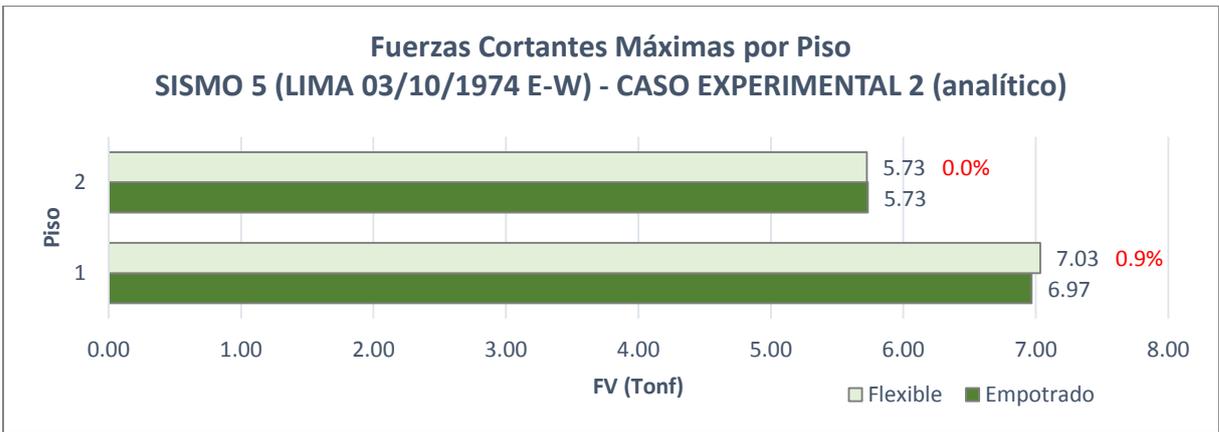






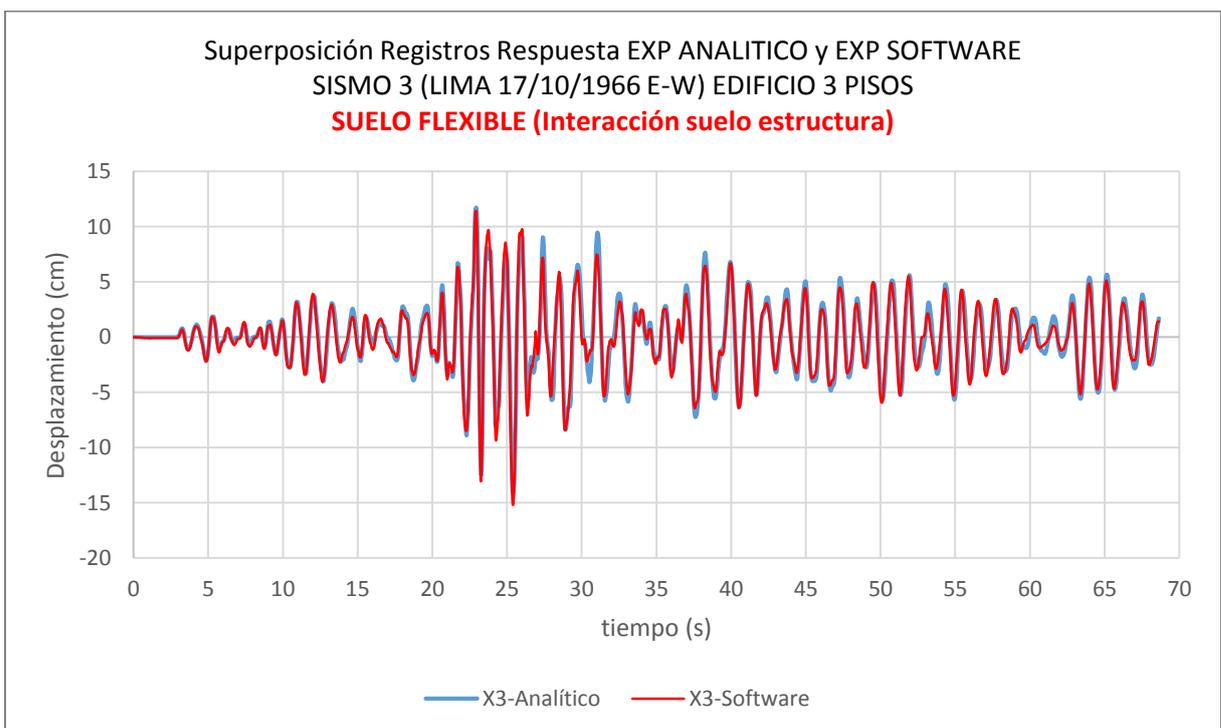
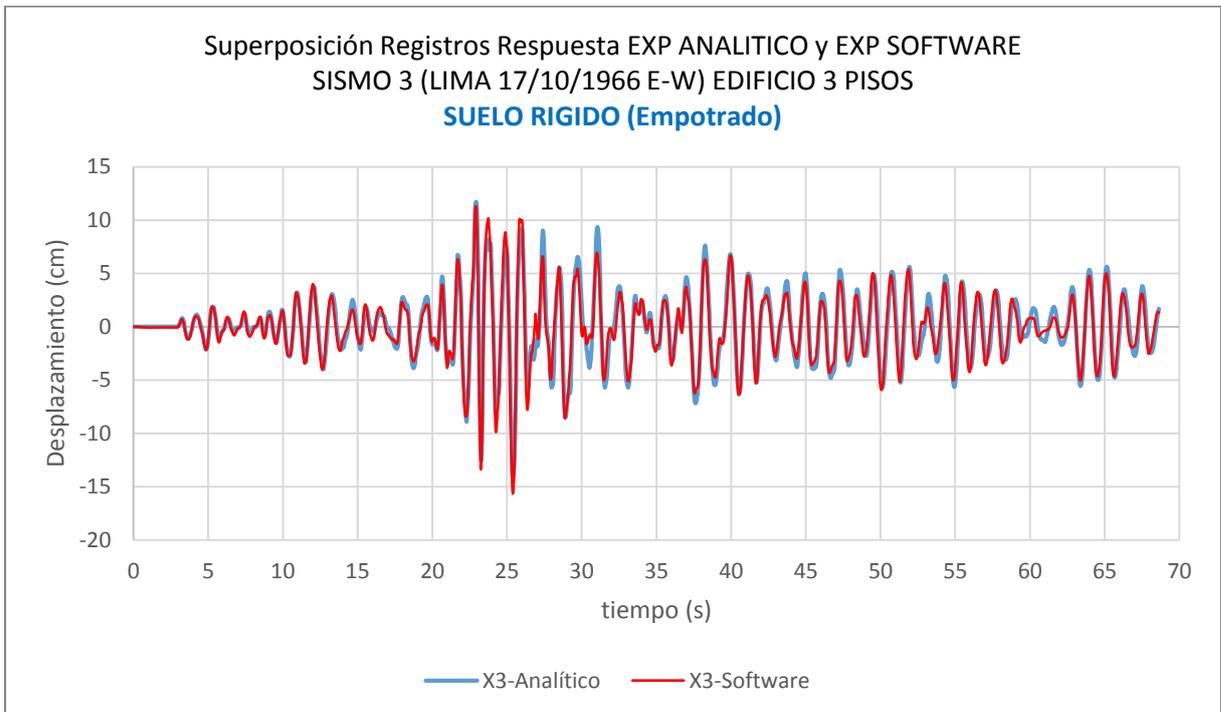




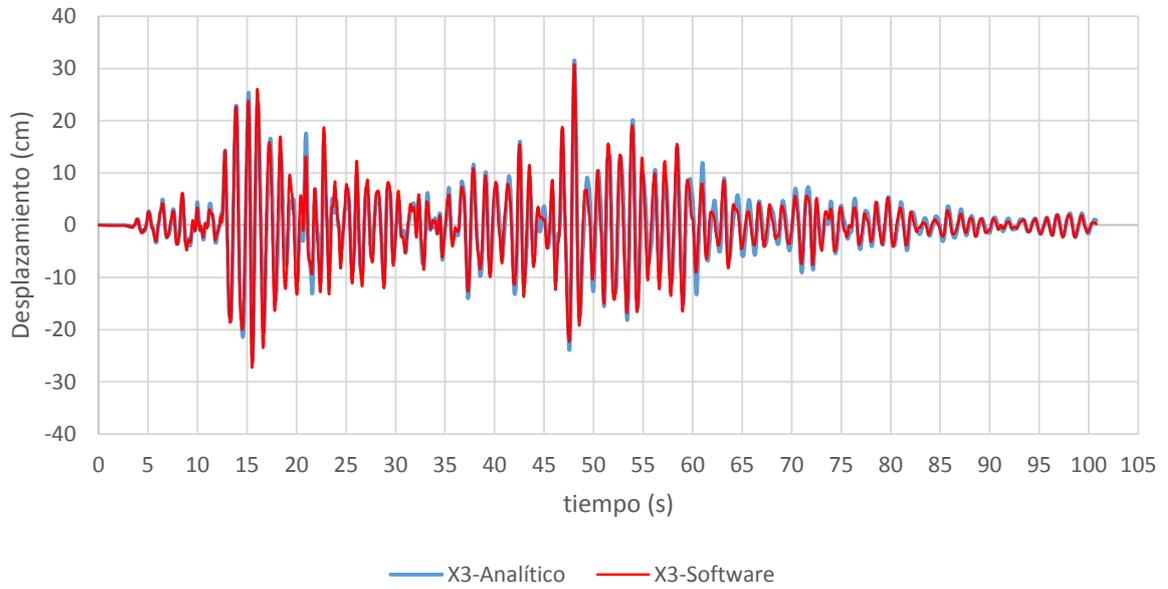


### 6.1.2.2 Resultados de Compatibilidad de Método Analítico Versus Método con Software

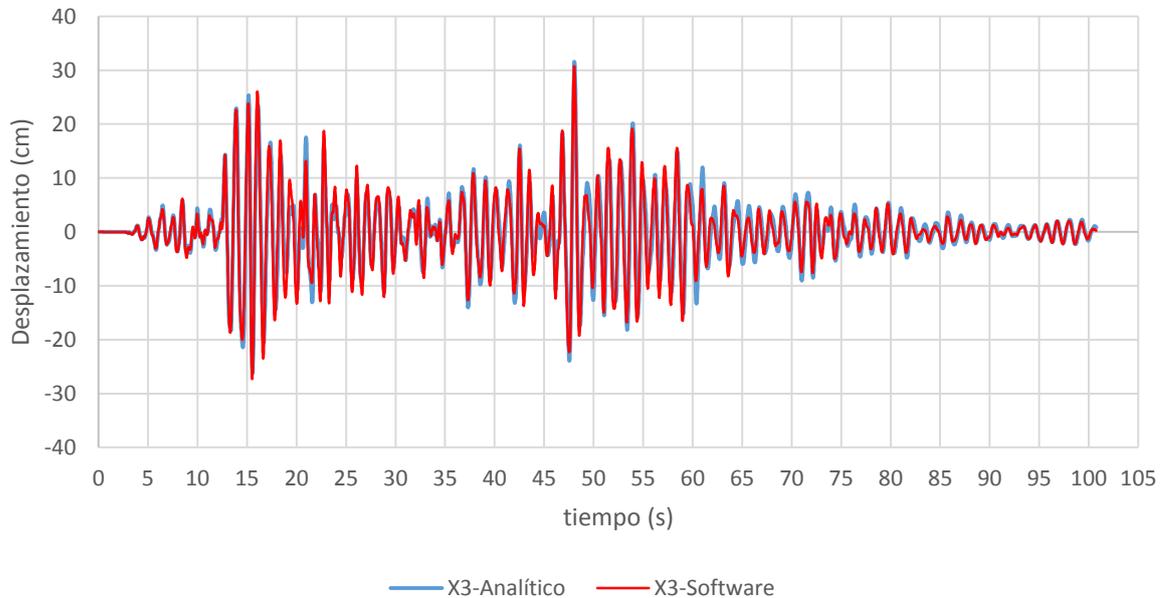
A continuación, algunos gráficos de la superposición de los registros de respuesta de los edificios de 3 y 2 pisos ante los diferentes sismos, hallados mediante el experimento analítico versus el experimento con software (Etabs).



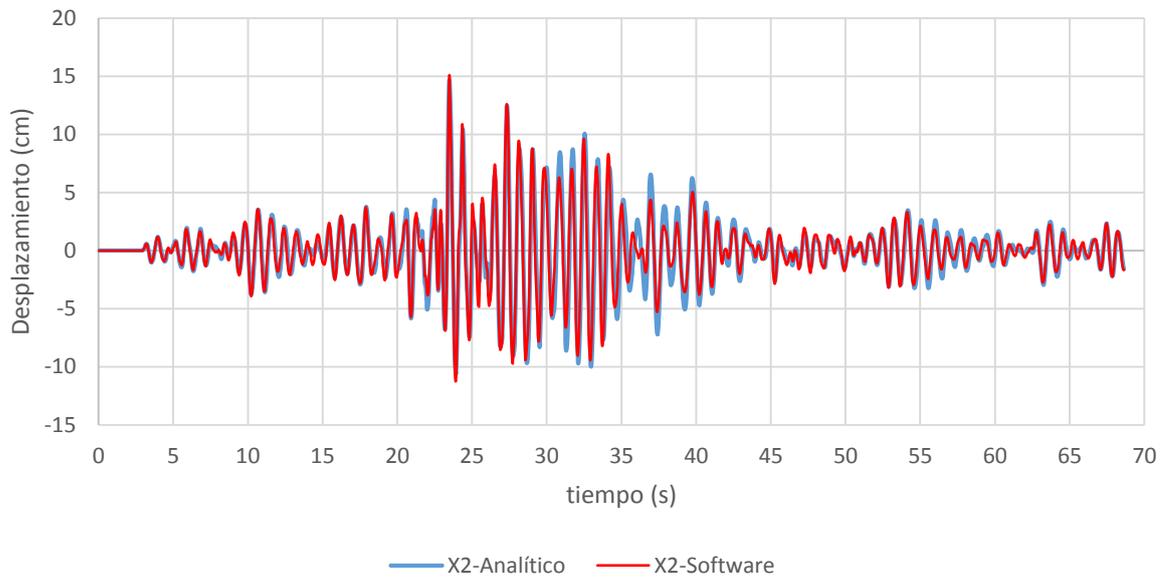
Superposición Registros Respuesta EXP ANALITICO y EXP SOFTWARE  
SISMO 5 (LIMA 03/10/1974 E-W) EDIFICIO 3 PISOS  
**SUELO RIGIDO (Empotrado)**



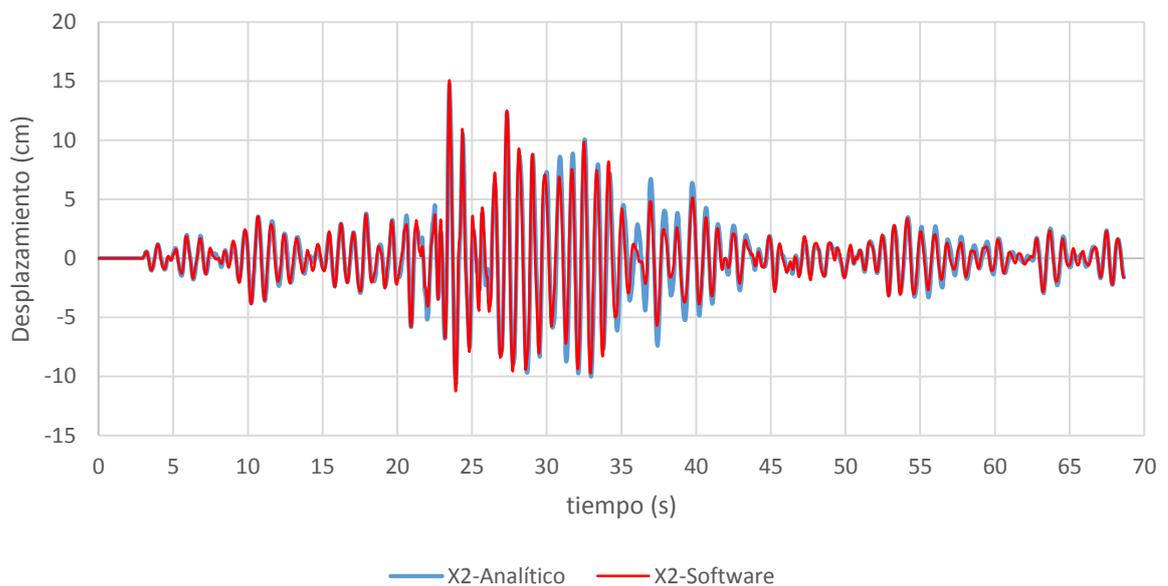
Superposición Registros Respuesta EXP ANALITICO y EXP SOFTWARE  
SISMO 5 (LIMA 03/10/1974 E-W) EDIFICIO 3 PISOS  
**SUELO FLEXIBLE (Interacción suelo estructura)**



Superposición Registros Respuesta EXP ANALITICO y EXP SOFTWARE  
SISMO 3 (LIMA 17/10/1966 E-W) EDIFICIO 2 PISOS  
**SUELO RIGIDO (Empotrado)**

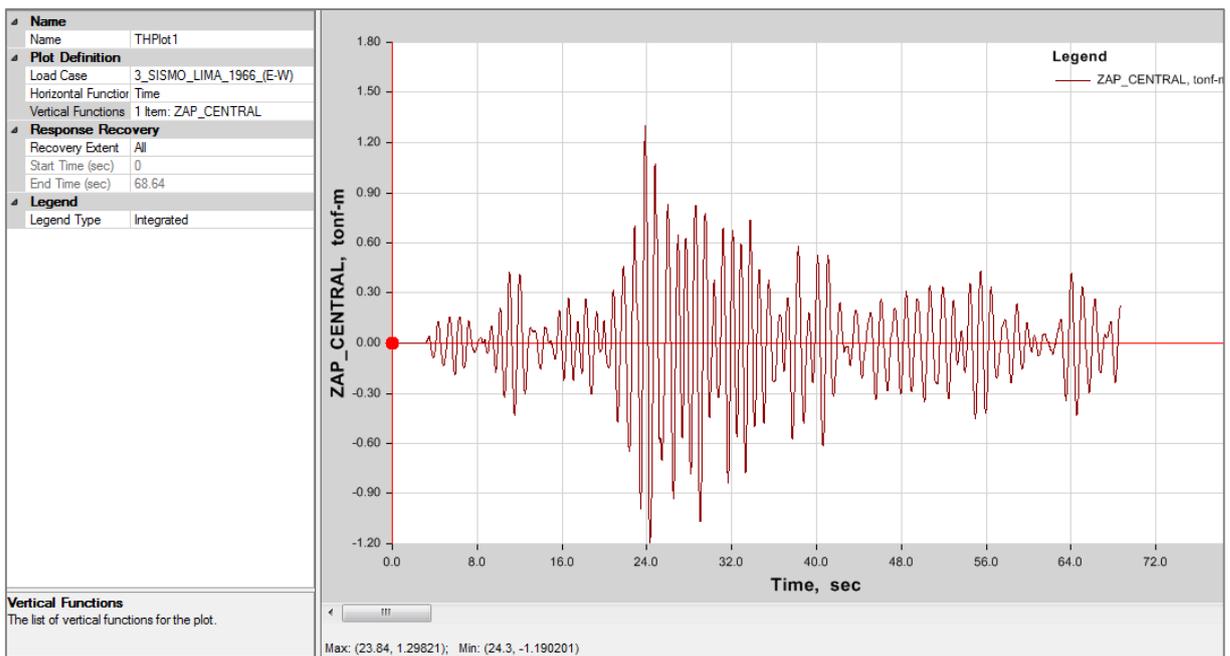


Superposición Registros Respuesta EXP ANALITICO y EXP SOFTWARE  
SISMO 3 (LIMA 17/10/1966 E-W) EDIFICIO 2 PISOS  
**SUELO FLEXIBLE (Interacción suelo estructura)**



### 6.1.2.3 Gráficos de Resultados de Esfuerzos en Zapata Compartida, Mediante Software

Mediante el software Etabs, se modeló las zapatas como elementos vigas sobre resortes (lo cual era el modelo conceptual para el experimento analítico), y se consiguió extraer los esfuerzos en las zapatas centrales las cuales están siendo compartidas por las columnas de ambos edificios, para lo cual se cogió el Sismo 3, Lima 17-10-1966 (E-W) como sismo de ejemplo, y se extrajo los espectros de los momentos para el punto central de la zapata central, para hallar los tiempos donde ocurren los momentos más críticos:



**Figura 90.** Gráfico del registro de respuesta de momentos en el centro de la zapata central (en el centro de la ubicación de la junta sísmica).

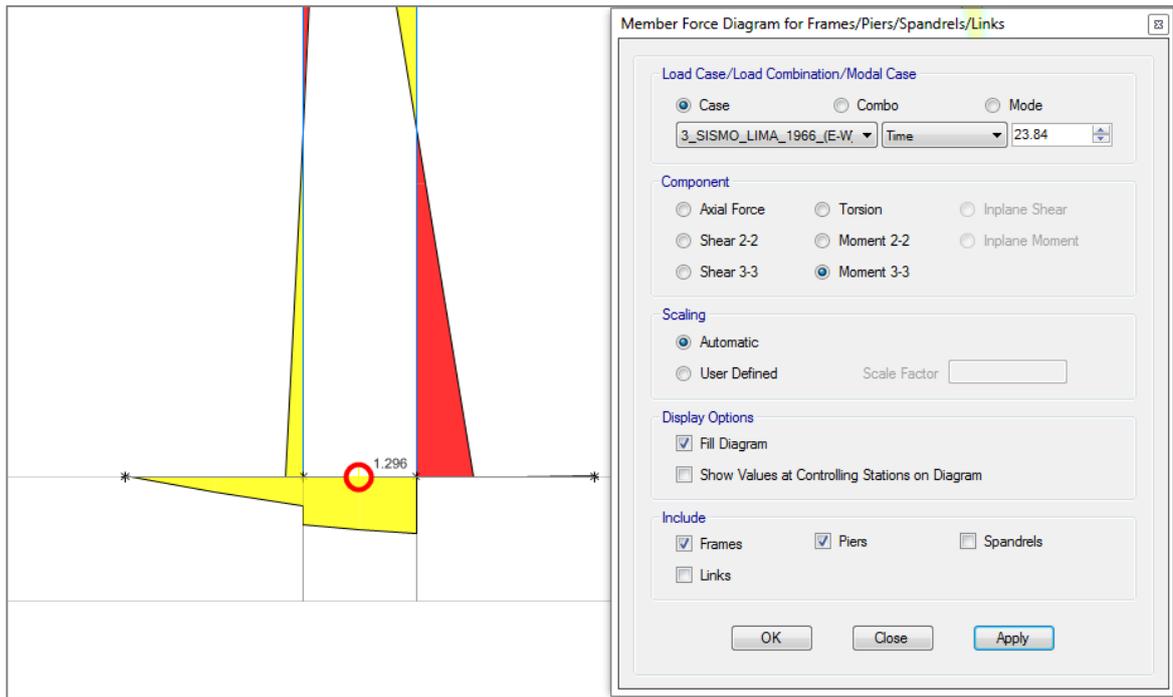
Como se observa:

1.  $t_1 = 23.84 \text{ s}$      $M = 1.29 \text{ ton} - m$
2.  $t_2 = 24.30 \text{ s}$      $M = -1.19 \text{ ton} - m$

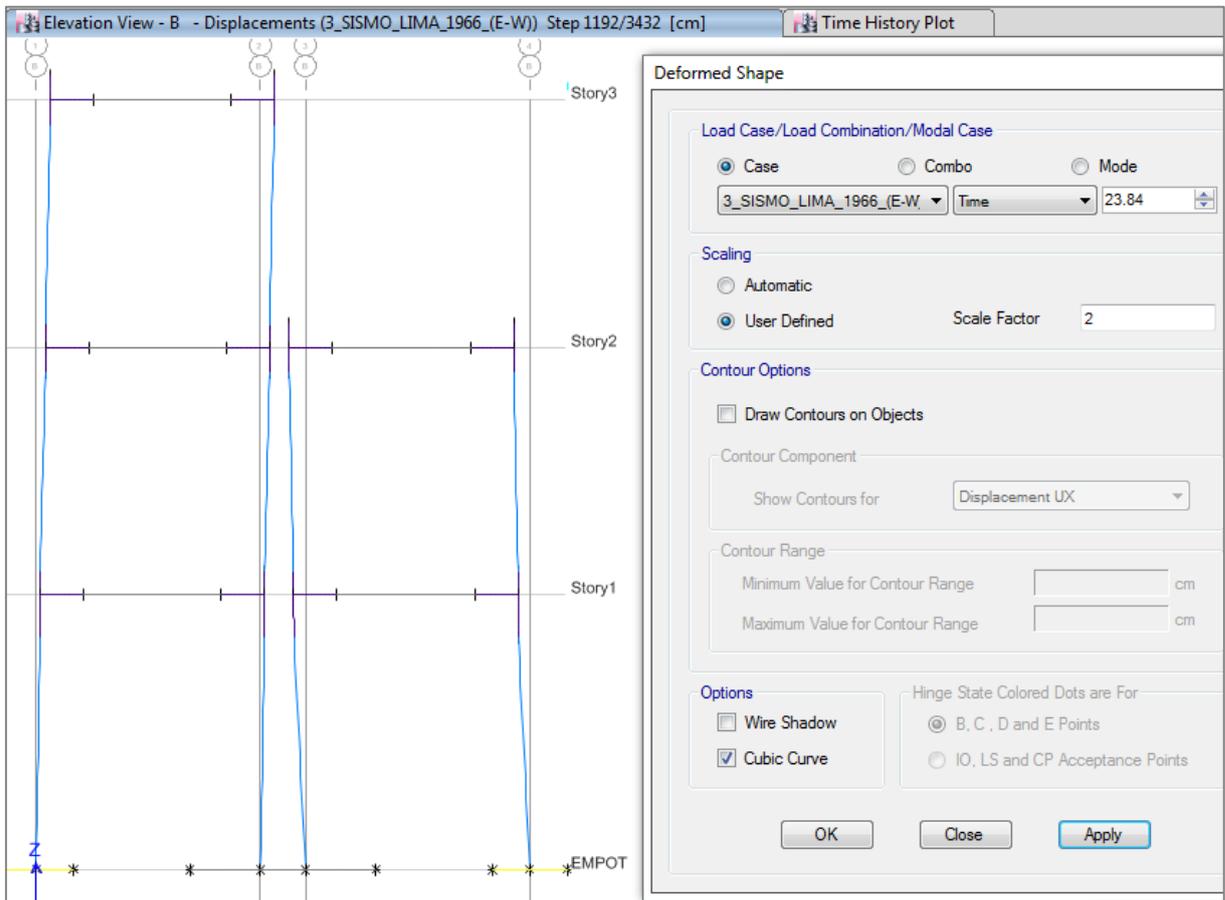
Lo cual, visto en sus gráficos de momentos y de posiciones, corresponden precisamente a las posiciones más críticas del conjunto de ambos edificios.

Los gráficos de momentos y posición en los dos casos más críticos mencionados, para el sismo 3 (Lima 17-10-1966 dirección E-W), se muestran en las siguientes figuras, en ese orden.

Momentos y posición en  $t_1 = 23.84$  s

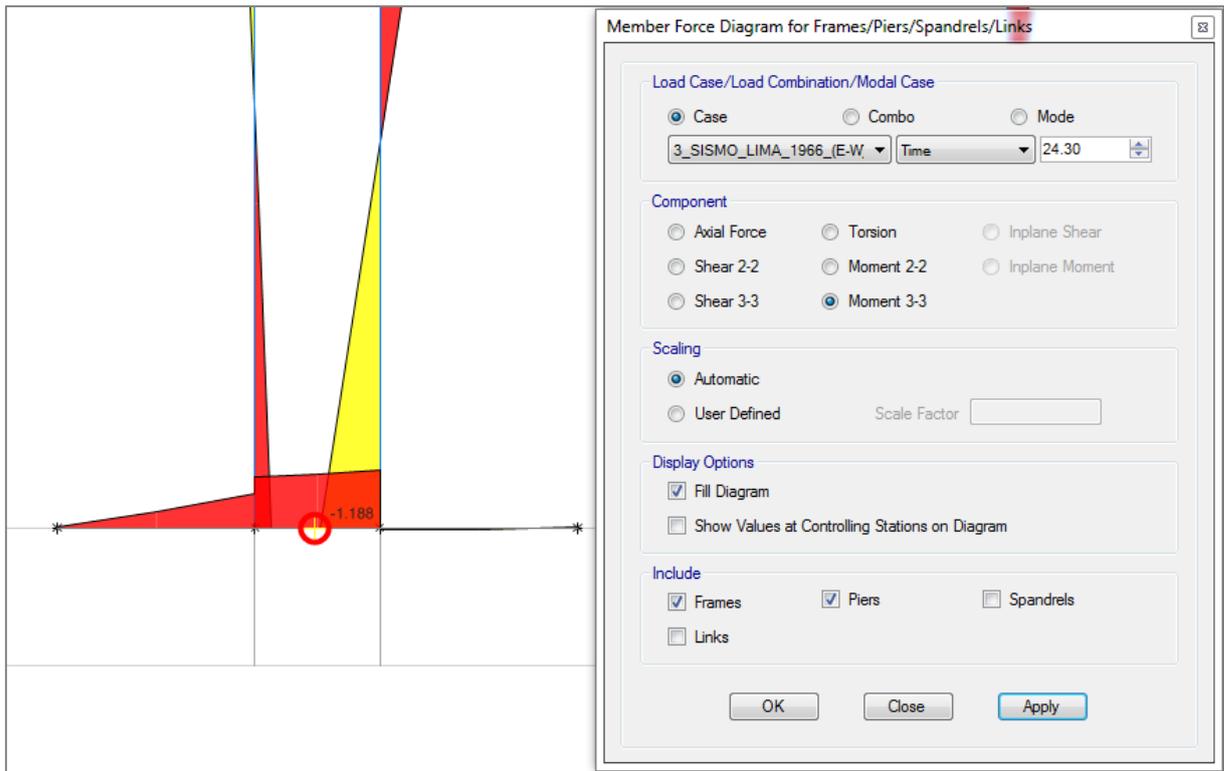


**Figura 91.** Diagrama de momentos de la zapata central ante sismo 3 en  $t = 23.84$ s.

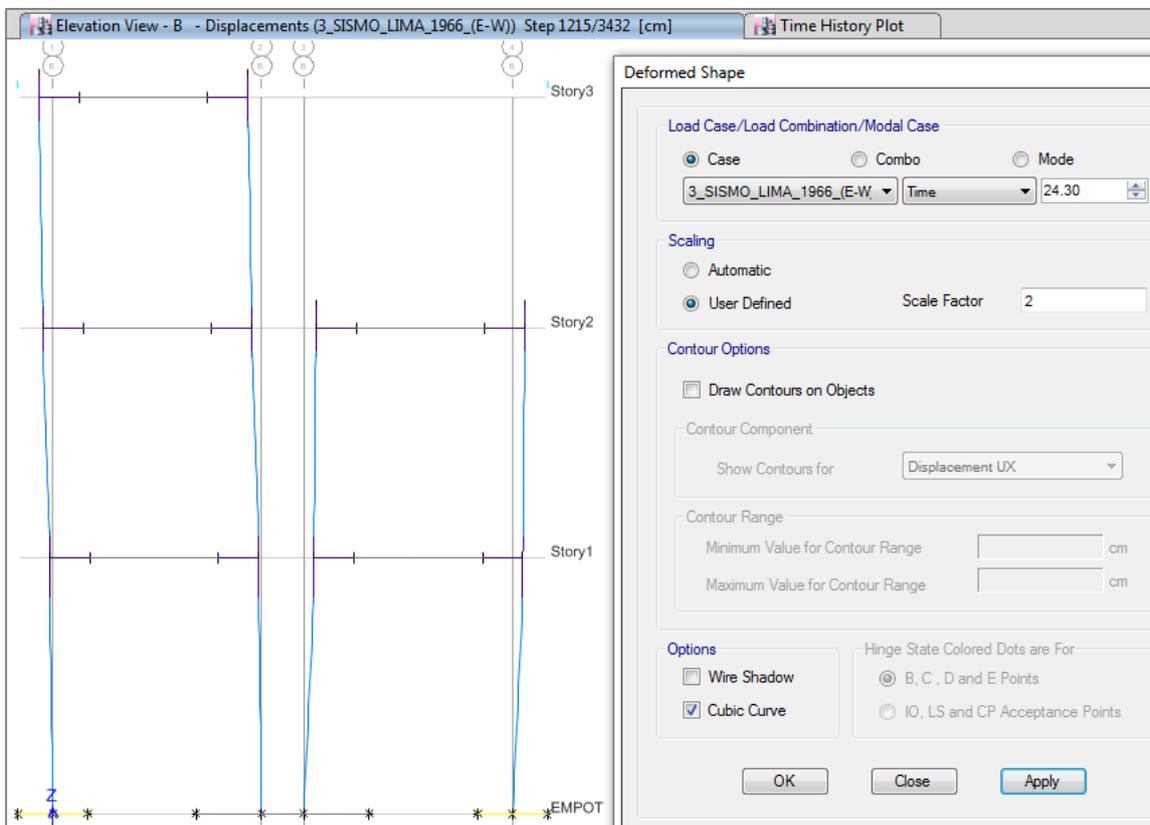


**Figura 92.** Posición del conjunto de edificios ante sismo 3 en  $t = 23.84$ s.

Momentos y posición en  $t_1 = 24.30 s$

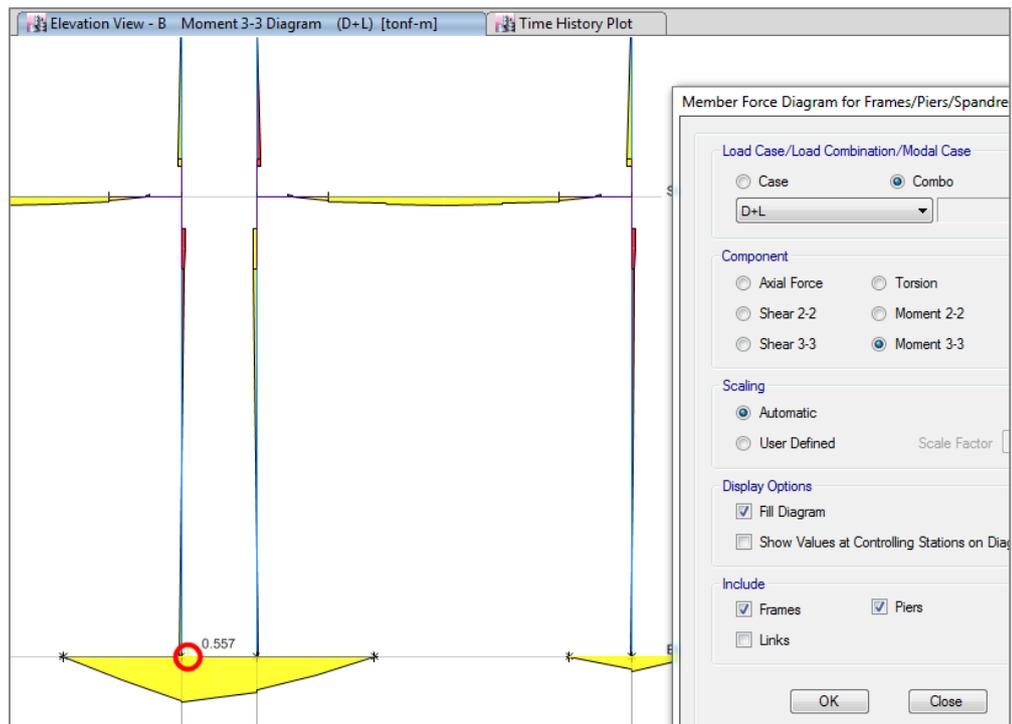


**Figura 93.** Diagrama de momentos de la zapata central ante sismo 3 en  $t = 24.30s$ .



**Figura 94.** Diagrama de momentos de la zapata central ante sismo 3 en  $t = 24.30s$ .

Para comparar con los momentos producidos por las cargas de gravedad (D+L), también se expone a continuación su gráfico de esfuerzos:



**Figura 95.** Diagrama de momentos de la zapata central ante cargas de gravedad.

## CONCLUSIONES

1. Luego de Analizar los resultados, se obtiene como una primera sentencia a la hipótesis general, la cual planteaba que la interacción suelo-estructura producida durante los sismos podría generar efectos desfavorables en las estructuras con cimentaciones compartidas por bloques independizados con junta sísmica; respecto a lo cual, de lo examinado en las tablas y gráficos comparativos, ninguno de los aspectos evaluados supera el 5% de variación entre el análisis con base rígida y el suelo flexible usado para estos experimentos, comprobado con el método analítico y mediante software. Sin embargo, se debe aclarar que hay todavía muchas otras configuraciones estructurales que incluyen placas, plateas, vigas de cimentación, albañilería confinada, etc. Así como muchos otros tipos y condiciones de suelo los cuales todavía no se han ensayado.
2. En atención a la hipótesis secundaria 1, donde se planteaba que la aplicación de modelos matemáticos permitiría una obtención aproximada de los efectos de la interacción suelo-estructura en estos bloques con cimentación compartida; respecto a lo cual, vistos los resultados en los gráficos de registros de respuesta comparativos y superpuestos entre los análisis con las metodologías matemáticas ideadas y lo obtenido mediante software Etabs, se observa una gran similitud entre los resultados, tanto de los análisis de base empotrada como los de interacción suelo-estructura, por lo que puede afirmarse que estas metodologías matemáticas implementadas en hojas de Excel entregaron resultados satisfactorios ante comparación con los de software, y son lo suficientemente confiables como para poder usarlo en estudios posteriores con las condiciones de ser un análisis lineal elástico y en una dirección.
3. Atendiendo a lo planteado en la hipótesis secundaria 2, donde se plantea que la indagación de investigaciones y mediciones de ensayos a escala del modelo en sus condiciones empotrada y sobre suelo flexible, permitirían determinar la forma de influencia del suelo en los efectos de la interacción suelo-estructura; respecto a lo cual, se explicó en la parte final donde se desarrolla el experimento 1, con el modelo a escala reducida, el cual como se explicó se encontró que no cumplía con equivalencias de compatibilidad fundamentales para llevar sus resultados a un análisis comparativo a la realidad escala 1/1, por lo que para validar esta hipótesis

y correspondiente objetivo, se tuvieron solo dos de tres métodos de obtención de datos, por medio de los experimentos analítico y mediante software. Obteniéndose que, luego de analizar los gráficos de desplazamientos máximos y fuerzas máximas del edificio de 3 pisos para cada sismo, con los gráficos de desplazamiento del edificio de 2 pisos para cada sismo de forma correspondiente; se encontró que, bajo el efecto de interacción suelo-estructura se produce un mayor incremento de desplazamientos en proporción del edificio de 2 pisos y un menor incremento o hasta atenuación de desplazamientos en algunos casos, en proporción del edificio de 3 pisos; es decir existiendo una aparente búsqueda de equilibrio por medio de transferencia de movimiento y fuerzas entre ambos bloques, en donde en proporción a los resultados de cada edificio en su estado empotrado, el edificio más pequeño se lleva parte de las fuerzas y desplazamientos producidos por el edificio más grande. Se pueden revisar las tablas y verificar esto, y tomar en cuenta que bajo lo ya conocido por sendos estudios sobre interacción suelo-estructura, se esperaría siempre mayores desplazamientos del edificio más grande que del pequeño en caso de edificios con cimentaciones independientes, solo que en este caso la cimentación compartida hace la diferencia. Siendo entonces que estas transferencias de fuerzas y movimientos se producen con la liberación de condición de empotramiento y alejamiento de la idealización de suelo rígido, se deduce que un suelo más blando propiciaría mayores transferencias, dependiendo de las diferencias de alturas entre los edificios que compartan la cimentación.

4. En atención a la hipótesis secundaria 3, la cual plantea que, con la aplicación de los fundamentos teóricos, manuales y guías de uso del simulador sísmico (Shake Table II) en ensayos de prueba a escala reducida permitirían conocer las consideraciones necesarias para estos ensayos; respecto a lo cual efectivamente se ha podido conocer aspectos y consideraciones a tener con el equipo Shake Table II para la realización de estos ensayos. A continuación, están las más importantes:
  - a) El sistema de cómputo que controla el equipo Shake Table II realiza una corrección de base y filtrado a todos los registros sísmicos que se le ingresan, esto lo hace previamente al escalamiento, pero no así a los registros de salidas de los acelerómetros, estos salen “puros”, por lo que es importante tomar en

cuenta las correcciones a estos registros de salida. El método que utiliza para la corrección base está basado en corrección cuadrática (ecuación de segundo orden), mientras que el método que tiene para el filtro de estos, aún no ha sido descifrado con exactitud hasta el término de esta tesis.

- b) El sistema de cómputo de la Shake Table II escala los sismos comparando el desplazamiento máximo del terreno (hallado mediante integraciones sucesivas luego de corregir los registros de entrada) con un valor que el usuario ingrese, y lo hace mediante el método de escalamiento del tiempo, donde la escala del tiempo es aproximadamente la raíz cuadrada de la escala de los desplazamientos.
- c) Si bien no se pudieron usar los resultados finales del ensayo a escala reducida, se obtuvo en compensación los requisitos (demostrados y justificados mediante ejemplos con software) fundamentales de compatibilidad para todo modelo a escala reducida que se pretenda ensayar en un simulador de sismos a escala (tipo Shake Table II) y llevar los datos numéricos obtenidos a una comparación técnica de precisión con los obtenidos (real o hipotéticamente) del modelo a escala real 1/1 ante los sismos a escala real.

Los requisitos fundamentales de compatibilidad entonces obtenidos son:

Si:

$c_t = \text{escala de tiempo de sismo escalado}$

$c_x = \text{escala de longitud de la estructura}$

$c_T = \text{escala de periodo natural de la estructura}$

Donde se debe cumplir como condición:

$$c_T = c_t$$

Es decir, el periodo natural principal del modelo a escalarse debe tener el mismo factor de escalamiento que el aplicado en el tiempo del sismo escalado, lo cual en otras palabras es que, si se va a utilizar un sismo escalado (escalados sus desplazamientos) por medio del método de escalamiento del tiempo, el modelo a escala reducida debe tener un periodo que ha variado (respecto al modelo a escala real) en la misma proporción que el tiempo (o intervalo de tiempo) del sismo varió (del sismo a escala real al sismo a escala reducida). Como consecuencia de esto:

$$c_t = \sqrt{c_x}$$

Y como el factor de escalamiento de la rigidez ( $K$ ) por piso a flexión es  $c_x$

Entonces el factor de escalamiento de la masa ( $c_m$ ) por piso será  $c_x^2$

$$c_m = (c_x)^2$$

5. Podemos referirnos a los gráficos de esfuerzos y deformaciones respecto a la cimentación compartida, en la que se confirma que las dos situaciones más críticas que se presentan en este tipo de cimentaciones ante los sismos:  
Cuando ambos edificios coinciden en sus movimientos y se acercan uno respecto al otro, con una separación superior mínima.  
Cuando ambos edificios coinciden en sus movimientos y se alejan uno respecto del otro con una separación superior máxima.  
En ambos casos se presentan momentos que, para el ejemplo analizado, duplican los momentos hallados solo por fuerzas de gravedad.  
Además, se pudo comprobar que estas fuerzas producidas en estas cimentaciones compartidas, son posibles de hallar con resultados similares mediante análisis tiempo-historia o análisis modal espectral, sin embargo no es así cuando se usa el método estático equivalente convencional, puesto que no considera estas posiciones críticas, sino toda la fuerza aplicada hacia uno u otro lado en ambos edificios a la vez, a menos que se le coloquen estos casos de direcciones de carga contrarias para cada edificio.
6. Se puede mencionar que se ha podido verificar que el software Etabs así como muchos otros no realizan un análisis de interacción suelo-estructura propiamente dicho, ya que desde el punto de vista geotécnico, el colocar resortes aislados simula una equivalencia de propiedades iniciales mas no la distribución e influencia que las fuerzas transmitidas por cada resorte tienen entre sí, como en el caso de un suelo y la contribución que hace cada área cargada hacia las contiguas.
7. En referencia al análisis tiempo historia estipulado por la norma peruana E0.30 (2016) y la americana ASCE, referidas al escalamiento normativo de los registros sísmicos a usar, se ha podido comprobar el exagerado incremento en los espectros de respuesta de algunos registros sísmicos en la zona de periodos pequeños, con excepción de los registros del sismo de ICA, por lo que surge otra observación más

a la norma actual E.030 con el objeto de regular la metodología de escalamiento normativo para un análisis tiempo-historia.

8. En referencia a los estudios de mecánica de suelos realizados a la muestra, se verificó que el material arcilloso con una humedad y compactación adecuados, pueden presentar altos valores en módulo de elasticidad (arcillas medias – arcillas duras) y en su capacidad portante ante falla por corte, es la cohesión la que más aporta. Se hace la observación además que el módulo elástico hallado y utilizado en este trabajo es el estático, es decir ante cargas de dirección constante las cuales son aplicadas en intervalos de tiempo mayores a los periodos que se presentan durante los sismos.

## RECOMENDACIONES

1. Como primera recomendación está la consideración de las fuerzas (momentos) producto de la acción sísmica en conjunto sobre las cimentaciones las cuales comparten edificios contiguos, ya que muchas veces en el diseño de estas edificaciones con junta sísmica, al tener bloques separados, se analizan por separado, sin embargo es necesario diseñar la cimentación compartida con las fuerzas de ambos en conjunto, por medio de un análisis modal espectral, o uno de fuerzas estáticas equivalentes que incluyan los casos críticos vistos para ambos edificios; o también en caso de hacer el análisis por separado, pasar las fuerzas (de momentos, de corte, axiales) producidas en cada apoyo y diseñar la zapata independientemente (como siempre se recomienda).
2. Para las cimentaciones compartidas de este tipo, visto los resultados de estos ensayos, es recomendable el plantear una misma cimentación para estos casos superficiales, siempre que se realicen los reforzamientos ante los momentos considerando la acción de ambos edificios como se mencionó anteriormente, por el contrario, no se encuentran evidencias suficientes como para recomendar que se realice una separación de cimentaciones para cada bloque.
3. Para investigaciones de dinámica estructural en el rango lineal elástico, se recomienda ampliamente el método matemático de análisis de respuestas sísmicas usado, basado en el método de superposición modal para excitaciones generales (uso de las ecuaciones modales desacopladas) y el uso del método numérico de integración directa alternativo a la integral de Duhamel. El cual es comparable con el método de tiempo-historia modal lineal que usan softwares de análisis y diseño estructural tipo Etabs.
4. La teoría para el método usado de interacción suelo-estructura despreciando la masa de la cimentación es una aproximación usada en el rango lineal elástico para modificar directamente la matriz de rigidez de toda la estructura en conjunto en cada intervalo de tiempo, sin embargo, para investigaciones con mayor precisión se recomienda tomar en cuenta un análisis de interacción independiente para cada apoyo y ver su afectación en el ensamble de la nueva matriz de rigidez.

5. El método de hallar la matriz de rigidez del suelo puede simplificarse si los cálculos se realizan con el uso de coeficientes de reacción del suelo en una respuesta lineal tipo resortes elásticos para el cálculo de presiones, pero considerando la distribución e influencia de cada área discretizada sobre las otras, haciendo uso de la teoría de Boussinesq en lugar del módulo de elasticidad y la teoría elástica para hallar asentamientos inmediatos. Estos métodos matriciales en el análisis del suelo son muy convenientes para su implementación mediante computadoras y se pueden acoplar fácilmente en las estructuras matriciales de una zapata aislada, combinada, conectada, losa de cimentación, etc.
  
6. Para futuras investigaciones con el equipo Shake Table II o similar, se recomienda cumplir los parámetros y requisitos de compatibilidad entre el escalamiento de la estructura y el escalamiento del sismo para la equivalencia de los resultados con el modelo a escala real 1/1, parámetros los cuales se están dejando definidos y demostrados en este trabajo. Así también queda pendiente ahondar sobre la metodología usada por la Shake Table II para filtrado de los registros y sobre el correcto uso de estos. Sin quitar lo antes mencionado, por lo pronto se recomienda en la medida de lo posible, hacer pruebas con los registros antes de los ensayos finales, para asegurar un factor de escala definido, así como buscar que los movimientos relativos de entrepiso (drifts) del modelo a escala que se vayan a medir no sean muy pequeñas (menores a 5mm), para mejorar los resultados sobre todo en estudios de desplazamientos.
  
7. Para análisis tiempo historia se recomienda hacer una buena selección de los registros sísmicos, así como una adecuada corrección. Mientras que, para la metodología de escalamiento normativo, aún falta demostrar mediante suficientes ensayos con software a diferentes edificios, sobre qué tanto distan los diseños realizados bajo las normativas E.030 (2016), ASCE que tienden a sobreestimar la respuesta espectral en periodos bajos, versus las nuevas metodologías basadas en algoritmos numéricos que ajustan el espectro de respuesta al de diseño sin sobreestimar las respuestas en zona de periodos bajos, pero modifican significativamente el registro sísmico. Algunas nuevas metodologías están siendo evaluadas las cuales tratan de conseguir un equilibrio entre no sobreestimar demasiado las respuestas espectrales y no hacer modificaciones significativas en

los registros sísmicos, como el *Método de ajuste al espectro objetivo "Mean Spectrum Matching"*, cuya investigación es parte de esta recomendación.

8. Para futuros trabajos relacionados específicamente con el equipo Shake Table II, no se recomienda la realización de ensayos los cuales incluyan material granular (material de suelo) ni líquidos; esto porque el polvo que se puede levantar se puede adherir a los rieles por los cuales se desliza la plataforma móvil y obstruir su paso, mientras que los líquidos son muy peligrosos visto que es un equipo mecánico eléctrico; a menos que se tenga un cuidado sumamente especial en su aislamiento ante estos materiales.
9. Luego de las comparaciones de los resultados registrados por el acelerómetro de la plataforma móvil y los datos del registro de dato inicial (trayectoria deseada), y de verificar ciertas imprecisiones entre estas; se recomienda (en coordinación con las autoridades encargadas) gestionar trabajos de investigación orientados a verificar la calibración de lectura de los acelerómetros y actuación del equipo Shake Table II en su conjunto, ya que desde su llegada (2014), no se cuenta con informes sobre la precisión con las que actualmente el equipo está trabajando. Se sugiere la realización de ensayos con señales conocidas y mediciones de los acelerómetros posicionados en la misma base, así como verificar la variación de la precisión de los ensayos con el aumento del peso ensayado y el tamaño de las amplitudes.
10. Se espera la realización de futuras investigaciones que profundicen y consoliden más lo avanzado sobre los ensayos a escala reducida, para establecer y verificar más parámetros técnicos de compatibilización y equivalencia de resultados para la escala real 1/1, sobre cómo afecta por ejemplo la escala al amortiguamiento y a los diferentes periodos de vibración.

## FUENTES DE INFORMACION

- Abrahamson, N. A., & Youngs, R. R. (1992). A stable algorithm for regression analyses using the random effects model. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 82, 505-510.
- ASCE/SEI 7-10. (2010). *Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*. American Society of Civil Engineers, USA. Obtenido de <http://www.pubs.asce.org>
- Avilés, J., & Pérez-Rocha, L. (2003). Soil-structure interaction in yielding systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 32, 1749-1771.
- Barkan, P. D. (1960). *Dynamics of Bases and Foundations*. Nueva York, USA: McGRAW-HILL.
- Bo Di, & Xueyi Fu. (2015). Seismic Behavior of Shear Wall-Frame Systems Considering Foundation Stiffness. *International Journal*, 39.
- Bozzo, L., & Barbat, A. (2000). *Diseño sismorresistente de edificios*. Barcelona, España: Editorial Reberté.
- Carreño, E., Bravo, B., Suarez, A., & Tordesillas, J. (1999). Registro y Tratamiento de Acelerogramas. *Física de la Tierra*, 11, 81-111.
- Chopra, A. (2014). *Dinámica de Estructuras* (Cuarta ed.). México: Pearson Education.
- CISMID. (2013). *Generación de acelerogramas sintéticos para la costa del Perú*. Informe de cooperación, Centro Peruano Japonés de Investigaciones Sísmicas y Mitigación de Desastres - CISMID-UNI, Lima.
- Damy, J. (1985). Integración de las superficies de Boussinesq, Westergaard y Frölich, sobre superficies poligonales de cualquier forma, cargadas con fuerzas verticales uniformemente repartidas. *Estudios e Investigaciones Recientes, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos* (págs. 82-86). México: Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
- Damy, J., & Casales, G. (1985). Soil stress under a polygonal area uniformly loaded. *11th int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg*, 2, págs. 733-735. San Francisco.
- Das, B. (2001). *Fundamentos de Ingeniería Geotécnica* (Segunda ed.). Distrito Federal, México: Thomson Editores.
- Das, B. (2012). *Fundamentos de Ingeniería de Cimentaciones*. México: Cengage Learning Editores.
- Diccionario de Arquitectura y Construcción. (07 de 10 de 2017). *parro*. Obtenido de <http://www.parro.com.ar>
- EMAC. (2011). *Jornada Técnica*. Informe técnico, EMAC, España.
- González Caballero, M. (2001). *El Terreno* (Primera ed.). Barcelona, España: Ediciones UPC.

- Graux, D. (1975). *Fundamentos de Mecánica del Suelo, Proyecto de Muros y Cimentaciones* (Segunda ed., Vol. 1). Barcelona, España: Editores técnicos asociados.
- Harris, H. G., & Sabnis, G. M. (1999). *Structural Modeling and Experimental Techniques* (Segunda ed.). Florida, USA: CRC Press.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. (2010). *Metodología de la Investigación* (Quinta ed.). México: McGRAW-HILL.
- Housner, G. W. (1954). Geotechnical Problems of Destructive Earthquakes. *Géotechnique*, 4, 153-162.
- Irfan Baig, M. A. (2003). *Instructional Shake Table For Demonstration in Structural Dynamics*. Requiriment for master degree, Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil and Enviromental Engineering, USA.
- Mendo Rodriguez, A. R. (2015). *Bases para la Implementación de la Norma Peruana de Análisis y Diseño de Edificios con Aislación Sísmica*. Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima-Perú.
- Mylonakis, G., & Gazetas, G. (2000). Seismic soil-structure interaction: beneficial or detrimental? *Journal of Earthquake Engineering*, 4, 277-301.
- Olivier, R., & Auvinet, G. (1992). Stresses Induced by Surficial and Deep Loading in Elastic Medium. *Journal of Geotechnical Engineering*.
- Oyarzo, C. (2009). Métodos de selección y escalamiento de registros sísmicos para análisis de la respuesta en el tiempo. *Obras y Proyectos*, 5, 18-25.
- Padilla, R. R. (2006). *Expresiones implificadas para el cálculo de incremento de esfuerzo vertical bajo vértice agudo de triángulo rectángulo con esfuerzo uniforme, aplicables al caso de polígonos*. Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Paz, M. (1992). *Dinámica Estructural*. Barcelona, España: Editorial Reverté.
- Puma Alvarez, E. E. (2014). Evaluación del desempeño dinámico de estructuras mixtas de bambú estructural y concreto armado mediante ensayos a escala con un simulador de aceleraciones sísmicas. *Cátedra Villarreal*, 2(1), 99-112. Obtenido de <http://revistas.unfv.edu.pe/index.php/RCV/article/view/29/29>
- QUANSER. (2011). *Shake Table II User Manual*. Guía de usuario, Quanser, Canada. Obtenido de <http://www.quanser.com>
- Rathje, E. M., & Abrahamson, N. A. (1998). Simplified frequency content estimates of earthquake ground motions. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 124(2), 150-159.
- Reza Tabatabaiefar, S. H., Behzad Fatahi, & Bijan Samali. (2014). Numerical and Experimental Investigation on Seismic Response of Building Frames Under Influence of Soil-Structure Interaction. *Advances in Structural Engineering*, 17(1), 109-130.

- Rivera Feijoo, J. R., & Soto Quiroga, S. (1998). Cimentaciones de estructuras sometidas a fuerzas horizontales. *I Congreso Nacional de Ingeniería Estructural y Construcción*. Lima: ACI-Capítulo peruano .
- Scaletti, H. (1977). *Nonlinear Effect in Soil Structure Interaction*. Tesis doctoral, Massachusetts Institute of Technology, USA.
- Scaletti, H. (1975). *Frequency Analysis of Structures with Foundation Interaction*. Tesis de maestría, Massachusetts Institute of Technology, USA.
- Scaletti, H. (1998). *Interacción Dinámica de Suelos y Estructuras*. Lima: ACI-Capítulo Peruano.
- SENCICO. (2016). *E.030 Diseño sismoresistente*. SENCICO. Lima: SENCICO. Obtenido de <http://www.sencico.gob.pe/publicaciones.php?id=230>
- Shonkwiler, B. E., & Miller, T. H. (2001). *Small-Scale Shake Table Experiment and Comparison to Analytical Predictions*. University Consortium on Instructional Shake Tables. Canada: UCIST. Obtenido de <http://ucist.cive.wustl.edu/>
- Tena, A. (2007). *Análisis de estructuras con métodos matriciales*. México: Limusa.
- Tena, A., & Abrams, D. P. (1992). Response of an unreinforced masonry building during the Loma Prieta earthquake. *Earthquake Engineering, Tenth World Conference*, (págs. 79-84). Rotterdam.
- Terzaghi, K. (1955). Evaluation of coefficients of subgrade reaction. *Géotechnique*, 5, 41-50.
- Turan, A., Hinchberger, S., & El Naggar, M. H. (2013). Seismic soil-structure interaction in buildings on stiff clay with embedded basement stories. *Can. Geotech J.*, 50, 858-873.
- Villarreal, G. (2009). *Interacción Sísmica Suelo-Estructura en Edificaciones con zapatas aisladas*. Asamblea Nacional de Rectores, Lima.
- Winkler, E. E. (1867). *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit*. Praga: Dominicus.
- Zeevaert, L. (1975). Interacción de la Estructura de Concreto con la Masa del Suelo. *IMCYC*, XIII, 26-40.
- Zeevaert, L. (1980). *Interacción Suelo-Estructura de Cimentaciones*. Ciudad de México, México: Limusa.

## ANEXOS